

РУКОВОДСТВО

КЪ ПРЕПОДАВАНІЮ

АРИΘΜΕΤΙΚΗ

МАЛОЛѢТНЫМЪ ДѢТЯМЪ.

СОСТАВЛЕНО

ПЕТРОМЪ ГУРЬЕВЫМЪ.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.

НАПЕЧАТАНО ИЗДѢВЕНІЕМЪ САНКТПЕТЕРБУРГСКАГО
ВОСПИТАТЕЛЬНАГО ДОМА.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.

Въ типографіи Конрада Вингелера.

1839.

ПЕЧАТАТЬ ПОЗВОЛЯЕТСЯ

съ тѣмъ, чтобы по отпечатаніи представлено было въ Ценсурный Комитетъ узаконенное число экземпляровъ.

С. Петербургъ, 8 марта 1839 года.

Ценсоръ *С. Куторга*.

ПОСВЯЩАЕТСЯ

РОДИТЕЛЯМЪ И НАСТАВНИКАМЪ.

Предисловіе.

Давно со всѣхъ сторонъ слышны у насъ жалобы на недостатокъ въ хорошихъ элементарныхъ преподавателяхъ; но какъ пособить злу? — Откуда взять такихъ преподавателей, когда до-сихъ-поръ на нашемъ языкѣ ни по одному предмету всеобщаго ученія нѣтъ такой книги, которая болѣе или менѣе имѣла бы цѣлю наставить неопытныхъ молодыхъ людей на многотрудномъ, шаткомъ ихъ поприщѣ? — У насъ новичекъ-учитель совершенно предоставленъ самому себѣ. Воля у него есть, усердія много, но въ положительныхъ свѣдѣніяхъ онъ крайне нуждается, и, въ чемъ именно горе, часто не знаетъ къ кому и какъ прибѣгнуть о помощи. Ему, чуждому педагогическихъ знаній, даютъ въ руки сжатую, краткую учебную книгу и велятъ учить по ней съ непремѣннымъ условіемъ, чтобы все не ясно изложенное и недосказанное въ ней дополнялъ собственными опытами и наблюденіями. Но какой опытности можно ожидать отъ него, когда онъ самъ только-что вступилъ на педагогическое поприще? — Отъ этого-то и выходитъ, что самый счастливый учитель развѣ только по прошествіи пяти, шести лѣтъ постоянной дѣятельности и вниканія, достигаетъ должнаго навыка и смѣливости въ преподаваніи.

До того же времени онъ лишь пробуетъ тотъ или другой способъ, и часто выкупаетъ свою находку цѣною самыхъ горькихъ опытовъ. Но много ли еще такихъ счастливцевъ? — Иные всю жизнь свою пробуютъ, и тѣмъ кончаютъ свое поприще, чѣмъ его начали. Очевидно, что во всякомъ случаѣ страждутъ дѣти. Если же вспомнимъ, что большая часть элементарныхъ преподавателей состоитъ изъ молодыхъ людей, которые только - что оставили школьную скамейку; если вспомнимъ, что школьная жизнь до-сихъ-поръ не идетъ рука объ руку съ мірскою жизнью; если, наконецъ, сравнимъ возрастъ преподавателя, — полный восторженныхъ надеждъ и несбыточныхъ мечтаній, когда страсти кипятъ, когда въ головѣ бываетъ много знаній, много идей, но безъ системы, безъ цѣли, — съ возрастомъ его учениковъ — этихъ семи, осьми, девятилѣтнихъ ученыхъ слушателей: то сознаемъ, что вмѣсто безполезныхъ жалобъ лучше приняться скорѣе за трудъ, и посредствомъ изданія цѣлаго ряда педагогическихъ сочиненій заставить наконецъ неопытнаго учителя смотреть на преподаваніе не какъ на дѣло произвола, а какъ на знаніе, основанное на точныхъ и положительныхъ началахъ. И насъ, право, удивляетъ, какимъ образомъ мы, Русскіе, живя все еще, не въ укоръ будь сказано, подражательною жизнью и оципывая въ литературномъ и ученомъ отношеніи труды своихъ западныхъ наставниковъ, не обратили до-сихъ-поръ должнаго вниманія, въ отношеніи Педагогіи, на почтенную нашу сосѣдку, Герма-

нію! Что ни говори наши литературные Аристархи, а Германія во многомъ представляетъ для нашего умственнаго образованія богатый родникъ на нѣсколько десятковъ лѣтъ. И развѣ только тѣ, которые вовсе незнакомы съ ея новѣйшею учебною литературою, могутъ говорить, что она потонула въ мистицизмѣ. Напротивъ, Германія представляетъ въ себѣ полную картину умственнаго бытія человѣческаго. Отъ идеальнаго, выпрениаго, она умѣла снизойти до дѣйствительнаго, существеннаго, практическаго, и въ тысячѣ элементарныхъ сочиненій представляетъ образцовые примѣры назиданія и воспитанія юношества. Къ сожалѣнію, должно высказать горькую истину: еслибъ вмѣсто излишняго самолюбія и поспѣшности прослыть авторомъ, всякій разъ нашими составителями учебныхъ книгъ руководствовали, во-первыхъ, чувство истиннаго добра, во-вторыхъ, постоянный и продолжительный трудъ и всестороннее изученіе своего предмета: то мы давно бѣ сознали, что когда намъ уже суждено подражать, такъ лучше подражать въ этомъ отношеніи Германцамъ, а не другому какому-либо народу. И мы впередъ увѣрены, что въ такомъ случаѣ наша учебная литература обогащалась бы быстро и съ успѣхомъ. Донынѣ же всѣ наши учебныя книги скроены по одной мѣркѣ, такъ что автору, напримѣръ, третьей или четвертой по времени изданія однородной книги, стыдно даже подписывать на заглавномъ листѣ свое имя, потому что его книга почти есть сколокъ съ ея предшественницы. —

Когда бы мы не боялись личности, то не обинуясь спросили бы у того или другого изъ авторовъ: для чего онъ издалъ свою книгу послѣ такой - то или этой? Что въ ней новаго?

Да не подумаютъ, что все нами сказанное происходитъ отъ желанія нашего червить чужой трудъ, чтобы потомъ въ лучшемъ свѣтѣ представить свой собственный. Избави Боже! Мы сами прежде другихъ готовы сознаться въ недостаткахъ нашей книги, которую теперь представляемъ на судъ публики. Смѣемъ по крайней мѣрѣ надѣяться, что безпристрастный читатель найдетъ въ ней болѣе связи науки съ жизнью, и вообще болѣе условій, удовлетворяющихъ успѣшному преподаванію, нежели въ другихъ сочиненіяхъ по тому же самому предмету. И тутъ не притязаніе на оригинальность говорить въ насъ. Мы первые просимъ читателя не признавать изложеннаго нами способа за нашу методу.

Мы читали Песталоцци, Шмидта, Тюрка, Штейна, Шольца и многихъ другихъ, и повѣряя читанное на опытъ, къ которому намъ дала возможность служба по одному изъ обширѣйшихъ и разнообразнѣйшихъ педагогическихъ заведеній, составили такимъ образомъ нашу книгу. Всего болѣе мы придерживались Шольца, а Шольцъ въ свою очередь придерживался Тюрка, Шмидта и другихъ.

Итакъ, отказываясь сами отъ притязанія на оригинальность, поговоримъ лучше о планѣ этого сочиненія.

Природа въ развитіи ума человѣческаго указываетъ намъ самый прямой путь, по которому мы должны слѣдовать, чтобы съ пользою проходить званіе наставника. Во всякомъ знаніи человѣкъ начинается съ *чувственнаго и частнаго*, и только постепенно, посредствомъ отвлеченія и соединенія, возвышается до общихъ законовъ и правилъ. Такъ изъ нераздѣльныхъ понятій составляются виды, изъ видовъ роды, изъ родовъ высшіе роды, семейства, царства, поколѣнія; такъ изъ множества отдѣльныхъ, несвязныхъ и независящихъ одно отъ другаго познаній (*aggregata*) составляется матеріалъ для созданія науки. Однако жъ изъ этого не слѣдуетъ, чтобы въ первоначальномъ преподаваніи мы имѣли въ виду одну массу свѣдѣній, безъ связи и порядка. Напротивъ, въ томъ-то и выгода образованной эпохи, въ которую мы живемъ, что мы можемъ занимать систематически самаго малаго ребенка, и въ тоже время слѣдить по указаніямъ природы. Какъ солнце отражается въ каплѣ воды, такъ въ каждой части сообщеннаго познанія должна проявляться идея науки; но кто же будетъ оспаривать, что полнота и совершенство этой идеи всегда находятся въ прямомъ отношеніи съ массою свѣдѣній? Итакъ, вотъ каковы, по нашему мнѣнію, должны быть условія хорошей, прибавимъ, образующей элементарной книги:

1. Наука при своемъ источникѣ бываетъ въ тѣсной связи съ жизнью. Она отдѣляется отъ жизни и входитъ въ область отвлеченнаго не вдругъ,

а съ наивозможною постепенностію. Отсюда необходимо, чтобы теорія развивалась подобно тѣмъ концентрическимъ кругамъ, которые примѣчаемъ мы на спокойной поверхности водъ въ то время, когда косвенно прорѣзываетъ её брошенный издали камень. Отвлеченность допускается только въ то время, когда ученикъ уже обогащенъ фактами. Поэтому начинать учебную книгу общими разсужденіями и опредѣленіями, говорить съ дѣтьми языкомъ сжатымъ и ученымъ, предпочитать краткость ясности и подробности, болѣе рассказывать имъ, нежели заставлять ихъ самимъ дѣйствовать, — все это такія вещи, которыя діаметрально противоположны здоровой Педагогіи.

2. Всякая наука подчиняется двумъ требованіямъ. Она должна представлять собою, во-первыхъ, отдѣльную совокупность знаній, полезныхъ въ общежитіи; во-вторыхъ, непрерывный рядъ идей, ведущій къ познанію Истины, и въ то же время служащій къ развитію душевныхъ силъ. Ясно, что одностороннее воззрѣніе на предметъ не доведетъ до этого; механическіе способы и приемы такимъ же образомъ чужды наукъ.

3. Наконецъ, наука должна быть представлена учащемуся въ томъ видѣ, чтобы сдѣлать его въслѣдствіи способнымъ самому находить или открывать новыя ея стороны, ни къмъ прежде того незамѣченныя.

Ариѳметика, какъ одинъ изъ важнѣйшихъ предметовъ элементарнаго ученія, необходимо подчи-

плется тѣмъ же условіямъ. Разсмотримъ ея сущность и, соображаясь съ сказаннымъ, начертимъ планъ ея.

Вся Ариѳметика собственно заключается въ четырехъ дѣйствіяхъ: *сложеніи, вычитаніи, умноженіи и дѣленіи*. Имъ предшествуетъ *счисленіе или нумерація*. Эти дѣйствія производятся надъ числами, которыя бываютъ *цѣлыя и дробныя*. Какъ тѣ, такъ и другія раздѣляются еще на *отвлеченныя или простыя* и *конкретныя или именованныя*, наконецъ, послѣднія — на числа *одного наименованія и числа разнаго наименованія или составныя*; — и здѣсь предѣлъ Ариѳметики. Все прочее, что обыкновенно относятъ къ ней, не составляетъ особой теоріи, но есть приложеніе тѣхъ же самыхъ правилъ и законовъ къ разнымъ потребностямъ человѣческаго быта. Такъ называемыя, тройныя правила не требуютъ ни другихъ началъ, ни другихъ дѣйствій. Основывать тройныя правила на пропорціяхъ значить впадать въ механизмъ, который можетъ ослѣплять только не надолго.

Очевидно, что надобно начать дѣло съ *счисленія*; но отнюдь не должно останавливаться на изслѣдованіи этого предмета до тѣхъ поръ, пока онъ совершенно истощится; напротивъ, важнѣе всего сколько возможно ранѣе дать эскизъ цѣлому. И такъ, чтобы идти въ наукѣ всегда въ параллель съ развитіемъ понятій учащагося, (*) научите его спер-

*) А извѣстно, что по большой части этотъ учащійся бываетъ семи, осьми, много десяти лѣтъ отъ роду.

ва считать и изображать цифры только числа отъ одного до десяти; потомъ тотчасъ перейдите къ сложенію и вычитанію этихъ чиселъ, къ разложенію ихъ, или раздѣленію на равныя и неравныя части; словомъ, сдѣлайте надъ этими числами разнаго рода сравненія и не упустите при этомъ случаѣ сообщить ученику также понятіе и о дробяхъ, сколько позволяютъ предѣлы первыхъ десяти чиселъ. Такимъ образомъ вы пройдете мало, но пройдете цѣлое; вы вдругъ ознакомили вашего ученаго со всею сущностію изучаемаго имъ предмета, и идеал науки, хоть темно, однако все-таки проявился ему.

Подвергнувъ исчисленію всѣ числа, отъ одного до десяти, должно перейти во вторую степень и рассмотреть такимъ же образомъ съ разныхъ точекъ зрѣнія всѣ числа *отъ одного до ста*. Здѣсь уже представляется для преподавателя бѣльшій просторъ. Частныя пріемы получаютъ опредѣленность, правила обобщаются и самыя законы начинаютъ пріобрѣтать свою силу. Послѣ этого третья степень, гдѣ трактуется о всѣхъ возможныхъ цѣлыхъ числахъ, не представитъ никакой трудности для учащагося. Онъ пойметъ, что здѣсь дѣло идетъ только о повтореніи и развитіи того, что ему уже хорошо извѣстно.

Хотя, соображаясь съ сущностію Ариеметики, не есть необходимость дѣлить ее на части, однако жъ мы должны будемъ допустить это дѣленіе, если признаемъ, что хорошее руководство удовлетворяетъ не только системъ, но и преподаванію.

Для учебной книги мало, чтобы она не грѣшила противъ системы; тутъ столь же важны и другія условія: постепенность въ изложеніи, практическая польза науки, которая требуетъ для усвоенія ея и навыка и продолжительнаго упражненія, и проч. Все это неизбѣжно растягиваетъ курсъ. Тотъ, кто знакомъ съ трудностями элементарнаго преподаванія, не обвинить насъ ни за многословіе, ни за помѣщеніе большаго числа примѣровъ, ни даже за повтореніе того, о чемъ уже сказано было въ предыдущихъ упражненіяхъ. Неопытному преподавателю недостаточно говорить намеками или отрицательнымъ образомъ; нѣтъ! ему надо указать на всѣ трудности обучаемаго предмета, раскрыть *положительно* какъ онъ долженъ поступать въ самонаибольшихъ случаяхъ; короче, надо представить ему весь ходъ дѣла въ видѣ лѣстницы, въ которой, очевидно, чѣмъ ниже и шире ступени, тѣмъ легче взойти по ней наверхъ. Въ слѣдствіе сказаннаго, чтобы не увеличить слишкомъ объема книги, и не сдѣлать ее чрезъ то неудобною при непрерывномъ употребленіи, тѣмъ болѣе, что она всегда будетъ нужна учителю въ классѣ, мы почли за лучшее раздѣлить ее на двѣ части. Дробы, по справедливости, болѣе всего затрудняютъ и преподавателя и учениковъ. Для усвоенія ихъ малолѣтними необходимы многія вспомогательныя средства, какъ-то: таблицы, постепенные ряды и проч. Поэтому - то подробное изслѣдованіе о дробяхъ мы отнесли ко второй части нашего труда, хотя, для связи ихъ съ

цѣлыми числами, многое сказано о нихъ уже въ первой.

Итакъ первая, нынѣ издаваемая часть, дѣлится на три слѣдующіе отдѣла:

- I. ПЕРВАЯ СТЕПЕНЬ. *Дѣйствія надъ числами отъ одного до десяти*
- II. ВТОРАЯ СТЕПЕНЬ. *Дѣйствія надъ числами отъ одного до ста.*
- III. ТРЕТІЯ СТЕПЕНЬ. *Дѣйствія надъ цѣлыми числами вообще.*

Для облегченія въ распредѣленіи уроковъ, кромѣ того, все Руководство раздѣлено на упражненія.

Петръ Гурьевъ.

Гатчина.



ПЕРВАЯ СТЕПЕНЬ.

ДѢЙСТВІЯ НАДЪ ЧИСЛАМИ ОТЪ ОДНОГО ДО ДЕСЯТИ.

Предметъ этой Первой Степени исчисленія есть всестороннее изученіе первыхъ десяти натуральныхъ чиселъ. Точное и основательное изученіе этихъ чиселъ состоитъ не только въ умѣнн пересчитать ихъ въ естественномъ порядкѣ отъ перваго до послѣдняго, или обратно; но и въ подробномъ разсмотрѣніи всѣхъ отношеній, въ какихъ только можетъ быть одно число къ другому. Ученикъ, во-первыхъ, долженъ узнать, какимъ образомъ каждое бѣльшее число составляется изъ меньшихъ; во-вторыхъ, на какія составныя части оно можетъ разлагаться, и в-третьихъ, какъ одно число увеличивается или уменьшается другимъ. Лучшее средство для достиженія этой цѣли есть наглядность. Поэтому первоначальныя исчисленія должно производить надъ предметами, и преимущественно тѣми, которые находятся предъ глазами учениковъ. При всѣхъ этихъ упражненіяхъ, съ пользою можетъ служить таблица, помѣщенная въ концѣ книги подъ № I, которую для школъ можно составить въ большомъ размѣрѣ и наклеить на картонъ или полотно.

§ 1. ПЕРВОЕ УПРАЖНЕНИЕ.

Счисленіе отъ одного до десяти.

Сначала дѣти должны научиться считать до десяти.

Почти каждое шести или семилѣтнее дитя, вступая въ школу, умѣетъ уже сколько нибудь считать, но какъ? Если вы спросите маленькаго повичка: умѣетъ ли онъ считать, то всегда получите въ отвѣтъ радостное, самопадѣвшее «да»; но заставьте его что-либо сосчитать, и вы удостовѣритесь, какія трудныя занятія его ожидаютъ. Одинъ, приплывшій за счисленіе, начинается дѣлать скачки, напримѣръ: «одинъ, два, пять, четыре» и проч., другой выговариваетъ числа такъ непонятно, что вы тотчасъ удостовѣритесь, что онъ заучилъ счисленіе безъ всякаго сознанія. Несравненно благоразумнѣе поступить учителю, если поведетъ такихъ учениковъ съ самыхъ первыхъ началъ въ своей наукѣ, и потъ по какому пути.

Работы въ школѣ обыкновенно производятся или на столахъ, за которыми сидятъ ученики, или на большой черной деревянной доскѣ, подлѣ которой они окружаютъ своего учителя. Соображаясь съ этимъ, въ первомъ случаѣ удобнѣе производить исчисленія бобами, камешками, игральными косточками, пальцами и т. п.; во второмъ, чертами, точками, кружками и проч. Мы будемъ употреблять черты и точки, потому что посредствомъ этихъ знаковъ удобнѣе объясняться на бумагѣ; но замѣтимъ однажды навсегда, что *учитель долженъ употреблять вообще всѣ возможные предметы, чтобы многостороннѣе развить въ дѣтяхъ понятіе о числахъ.*

Арабскія цифры здѣсь не идутъ еще къ дѣлу. Ихъ должно тогда употреблять, когда дѣти станутъ понимать отвлеченныя числа отъ одного до десяти.

Покажемъ настоящій ходъ дѣйствія, который удобнѣе всего производить по таблицѣ, помѣщенной въ концѣ книги подъ № I-мъ. Эта таблица состоитъ изъ десяти горизонтальныхъ и столькожъ же вертикальныхъ рядовъ, или всего изъ 100 кѣтокъ. Въ каждой кѣткѣ перваго горизонтальнаго ряда стоитъ по одной черточкѣ, въ каждой кѣткѣ втораго ряда — по двѣ черточки, и т. д. до десятаго, въ которомъ въ каждой кѣткѣ по десяти черточекъ.

Учитель (повѣсивъ предъ учениками таблицу № I-го и, показавъ на первую кѣтку перваго горизонтальнаго ряда, спрашиваетъ:)

Сколько тутъ черточекъ?

Дѣти. Тутъ одна черточка.

Должно стараться, чтобы ученики надъ подчеркнутыми словами усиливали удареніе.

У. (показавъ на двѣ кѣтки того же ряда)

Сколько теперь черточекъ?

Д. Теперь двѣ черточки.

У. Поэтому одна черточка и еще одна черточка, сколько черточекъ?

Д. Одна черточка и еще одна черточка, двѣ черточки.

У. (показавъ вдругъ на три кѣтки того же ряда)

Сколько здѣсь?

Д. Здѣсь три черточки.

У. Двѣ черточки и одна черточка составляютъ всего сколько?

Д. Двѣ черточки и одна черточка составляютъ всего три черточки.

Такимъ образомъ продолжаетъ учитель считать

съ дѣтьми до десятой кѣтки перваго горизонтальнаго ряда таблицы, пока наконецъ, показавъ вдругъ на всѣ кѣтки, спросить:

Сколько здѣсь всего черточекъ?

Д. Здѣсь всего *десять* черточекъ.

У. Поэтому *девять* черточекъ и еще одна черточка сколько составляютъ всего?

Д. *Девять* черточекъ и еще одна составляютъ всего *десять* черточекъ.

Тщательно должно наблюдать, чтобы дѣти всегда давали точные и полные отвѣты; напр.: *У.* *Четыре черточки и одна черточка сколько составляютъ?* — *Д.* *Четыре черточки и одна черточка составляютъ пять черточекъ.* Не надобно допускать, чтобы они отвѣчали просто: *«пять черточекъ.»* Эта опредѣленность въ отвѣтахъ составляетъ въ началѣ курса необходимое условіе всякаго хорошаго преподаванія.

Если при классѣ нѣтъ готовой и сдѣланной въ большомъ размѣрѣ таблицы, то учитель легко можетъ замѣнить ее письмомъ черточекъ на большой классной доскѣ. Но онъ не вдругъ пишетъ всѣ десять черточекъ, а приписываетъ къ одной другую, третью и пр. по мѣрѣ прикладыванія. Чтобы удостовѣриться, что дѣти не только умѣютъ по порядку считать отъ 1 до 10, но знаютъ всѣ числа вразбивку, учитель для этого указываетъ на разныя группы черточекъ, помѣщенныхъ отдѣльно въ каждой кѣткѣ послѣдующихъ горизонтальныхъ рядовъ таблицы. Или, написавъ такія группы на доскѣ, напр. сперва 4, потомъ 6, далѣе 8 черточекъ и проч.

- 1) Они берутся изъ круга дѣтскихъ занятій;
- 2) должны быть точны, справедливы и полны;
- 3) занимательны какъ самымъ тономъ разсказа, такъ и загадочною содержаніемъ;
- 4) разнообразны;
- 5) нравственнаго и поучительнаго содержанія.

Учитель всегда имѣетъ въ виду, къ какому сословію принадлежать его ученики, также живутъ ли они въ большомъ городѣ, или въ маломъ, или въ деревнѣ. При этомъ случаѣ не должно забывать сколько возможно ранняго развитія чувства мѣстности.

Приписанія. Сосчитайте, сколько пальцевъ на обѣихъ рукахъ каждаго изъ васъ! — Узнайте, много ли сѣколъ въ окнѣ, подлѣ котораго вы сидите! — Сколько у васъ пальцевъ на правой ногѣ? — А на левой? — Сколько ногъ имѣетъ каждая лошадь? — Сколько ножекъ имѣетъ столъ, который стоитъ предъ вами? — Какихъ одинакихъ вещей въ этой комнатѣ болѣе одной? — Отъ чего корова называется «четвероногое» животное? — Пѣтухъ тоже четвероногое животное? — Сколько рамъ въ каждомъ окнѣ? — Сколько угловъ въ этой комнатѣ? — Сосчитайте, сколько каждый изъ васъ имѣетъ на своей курткѣ пуговицъ! — Много ли въ недѣлѣ дней? — Сколько у каждаго человѣка глазъ, носовъ, ушей, составовъ на каждомъ пальцѣ? — Чего на деревѣ мы видимъ болѣе одного? — Покажите четыре, пять, шесть, семь, восемь, девять, десять пальцевъ! — Сколько копѣекъ въ пятакѣ, грошѣ? — Какое число крыльевъ у каждой птицы? — Сдѣлайте впередъ три шага! Сдѣлайте четыре, пять, шесть, и проч. шаговъ! — Пройдите отсюда до дверей, и считайте шаги!

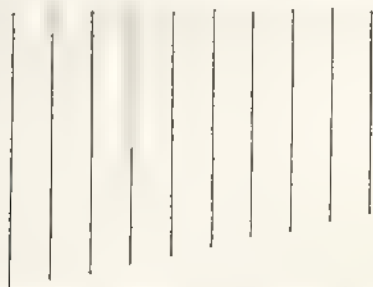
№ 2. ВТОРОЕ УПРАЖНЕНИЕ.

Названія чиселъ отъ одного до десяти по мѣсту, занимаемому ими въ ихъ натуральномъ ряду.

По мѣсту, занимаемому числами въ ихъ натуральномъ ряду, они имѣютъ слѣдующія названія: *первый (а), второй, третій, четвёртый, пятый, шестой, седьмой, восьмой, десятый и десятый.*

Для этого упражненія удобнѣе служатъ черты неодинаковой длины, расположенныя вертикально.

У. (написавъ на доскѣ десять чертъ, изъ которыхъ каждая послѣдующая менѣ своей предыдущей, и потѣмъ, указывая на самую меньшую, спрашиваетъ:)



Если начнемъ считать отъ правой стороны (или отъ правой руки), то какъ назовется эта черта?

Д. Первая.

У. Какъ назовемъ слѣдующую черту?

Д. Вторая.

У. (указывая на третью) А эту?

Д. Третья.

Такъ продолжаетъ поступать до 10-й черты, и потѣмъ заставляетъ того или другаго ученика повторить всѣ эти названія.

У. Которая изъ этихъ чертъ есть самая длинная?

Д. Десятая черта есть самая длинная.

У. Которая черта есть кратчайшая?

Д. Первая черта есть кратчайшая.

У. Которая черта длиннѣе первой, но короче всѣхъ другихъ?

Д. Вторая и проч.

У. Которая черта короче десятой, но длиннѣе всѣхъ остальныхъ?

Д. Девятая и проч.

У. Между какими чертами находится четвертая черта?

Д. Четвертая черта находится между третьей и пятою чертами.

У. Которой изъ нихъ она длиннѣе и которой короче?

Д. Она длиннѣе третьей и короче пятой.

У. Которая черта длиннѣе пяти, но короче остальныхъ?

Д. Шестая и проч.

У. (показывая на самую длинную). Теперь начнемъ считать отъ лѣвой стороны къ правой. Которая изъ чертъ назовется теперь первою, самая длинная или кратчайшая?

Д. Начиная считать съ лѣвой стороны, самая длинная черта будетъ первою.

У. Которая черта прежде называлась первою?

Д. Кратчайшая.

У. Теперь кратчайшая черта будетъ которой по мѣсту?

Д. Десятою.

У. Поэтому какъ мы называемъ то, что слѣдуетъ за *первымъ*?

Д. То, что слѣдуетъ за *первымъ*, называемъ мы *вторымъ*.

У. А далѣе?

Д. *Третьимъ, четвертымъ, пятымъ* и пр.

У. (поставивъ десять учениковъ въ рядъ) какъ назовется тотъ, который стоитъ впереди всѣхъ?

Д. *Первый*.

У. А за нимъ?

Д. *Второй*.

У. А послѣдній?

Д. *Десятый*.

У. Выйди впередъ третій ученикъ! седьмой! четвертый и проч. Если всѣхъ васъ поставить по росту такъ, чтобы тотъ, кто выше всѣхъ, стоялъ бы позади, тогда самый маленькій изъ васъ которымъ будетъ стоять?

Д. *Первымъ*?

Приложеніе. Какъ назовется тотъ, который станеть между *пятымъ* и *седьмымъ*? — Что можно сказать о его ростѣ въ сравненіи съ его товарищами? — Сколько будетъ учениковъ между *первымъ* и *девятымъ*? — Послѣ *перваго* Января слѣдуетъ какое число? — А послѣ *седьмаго*?

Первый день послѣ Воскресенья *Понедѣльникъ*;

Второй — — — *Вторникъ*;

Третій (средній) — — — *Среда*;

Четвертый — — — *Четвертокъ*;

Пятый — — — *Пятница*;

Шестой — — — *Суббота*.

Цѣль этихъ двухъ упражненій достигнута, если дѣти будутъ въ состояніи:

- 1) показать каждый разъ правильную последовательность численныхъ группъ, отъ 1 до 10;
- 2) безостановочно означить каждую отдѣльно взятую группу, и также изобразить на аспидныхъ доскахъ продиктованную имъ группу чертами или точками;
- 3) назвать число всякихъ предметовъ, напр. учениковъ, книгъ, грифелей и пр.;
- 4) считать наизусть отъ 1 до 10 впередъ и назадъ, и опредѣлять промежуточные числа, не прибѣгая уже ни къ какимъ знакамъ.

М 3. ТРЕТІЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Сложеніе двухъ или болѣе чиселъ, которыхъ суммы не превышаютъ числа десяти.

Повторивъ вкратцѣ первое упражненіе, или по таблицъ или на доскѣ посредствомъ точекъ, учитель приступаетъ къ прибавленію по *два, три* и проч., наблюдая однако жъ, чтобы во всѣхъ случаяхъ суммы не превышали числа десяти.

У. (показывая на первую и вторую кѣтки перваго вертикальнаго ряда)

Прибавивъ къ *одной* черточкѣ *два* черточки, сколько получимъ черточекъ?

Д. Къ *одной* черточкѣ прибавивъ *два* черточки, получимъ *три* черточки.

У. Поэтому *одна* черточка и еще *два* черточки, сколько черточекъ?

Д. *Одна* черточка и еще *два* черточки составляютъ *три* черточки.

У. Одея получилъ вчера два яблока и сегодня тоже два; сколько яблоковъ онъ получилъ въ оба дня?

Д. Въ оба дня Одея получилъ четыре яблока.

Мало по малу учитель проходить такимъ образомъ по таблицѣ всѣ слѣдующіе ряды, которые, для краткости письма, означаемъ цифрами, хотя здѣсь еще нѣтъ до нихъ дѣла:

a) $1 + 1 = 2$

$2 + 1 = 3$

$3 + 1 = 4$

$4 + 1 = 5$

и т. д.

до $9 + 1 = 10$

c) $1 + 3 = 4$

$2 + 3 = 5$

и т. д.

до $7 + 3 = 10$.

e) $1 + 5 = 6$

$2 + 5 = 7$

и т. д.

до $5 + 5 = 10$.

g) $1 + 7 = 8$

$2 + 7 = 9$

$3 + 7 = 10$.

b) $1 + 2 = 3$

$2 + 2 = 4$

$3 + 2 = 5$

$4 + 2 = 6$

и т. д.

до $8 + 2 = 10$.

d) $1 + 4 = 5$

$2 + 4 = 6$

и т. д.

до $6 + 4 = 10$.

f) $1 + 6 = 7$

$2 + 6 = 8$

$3 + 6 = 9$

$4 + 6 = 10$.

h) $1 + 8 = 9$

$2 + 8 = 10$.

Но тутъ должно наблюдать:

1, Чтобы дѣти умѣли складывать по этимъ рядамъ не только по порядку, но и вразбивку.

2, Чтобы по мѣрѣ прохожденія этихъ рядовъ всегда имѣть въ виду примѣненіе выученнаго къ жизни.

Примѣска. Вчера Петруша купилъ два листа бумаги

а сегодня *три* листа. Сколько листовъ онъ купилъ въ оба дня? — Саща получилъ отъ маменьки *три* яблока, старший братъ далъ ему еще *три* яблока. Сколько онъ получилъ всего яблоковъ? — Сколько составляютъ *шесть* и *два*? — *Семь* и *два*? — А *четыре* и *пять*? — Сколько надобно прибавить къ *семи*, чтобы получить *десять*? — Какое число *двумя* болѣе *пяти*? — Сколько надобно прибавить къ *тремъ*, чтобы вышло *десять*? — Сколькими единицами число *семь* болѣе *четырехъ*? — Сколько къ *четыремъ* должно прибавить для полученія *десяти*? — Александръ имѣетъ *четыре* рубля, но чтобъ онъ могъ купить книгу, къ его деньгамъ надобно прибавить еще *пять* рублей. Сколько же рублей стоитъ книга? — Если сегодня Четвертокъ, то чрезъ сколько дней кончится эта вся недѣля? — Ванюша написалъ *семь* строкъ, а Федюшка *двумя* строками болѣе его. Сколько написалъ послѣдній? — Зрѣніе, слухъ, обоняніе, вкусъ, осязаніе суть чувства человека. Сколько человекъ имѣетъ чувствъ? — У лягушки *четыре* ноги, а у улитки ни одной. Много ли у обихъ? — Въ одной изъ монхъ рукъ *три* боба, а въ другой *четырьмя* болѣе. Много ли въ обихъ? — Петрушѣ *два* года отъ рожденія, а Саша *тремъ* годами старѣе его. Много ли лѣтъ обоимъ вмѣстѣ?

Наконецъ, учитель можетъ перейти къ сложенію по три числа вмѣстѣ, сумма которыхъ чтобы также не превышала числа десяти, — и вотъ ряды для этого:

а) $1+1+1=3$ б) $1+2+2=5$ в) $2+2+2=6$ д) $3+3+3=9$
 $1+1+2=4$ $1+2+3=6$ $2+2+3=7$ $3+3+4=10$
 $1+1+3=5$ $1+2+4=7$ и проч. и т. д.
 и проч. и проч.

Задача. Сколько получится, если сложить вмѣстѣ *три*, *два* и *одинъ*?

Рѣшеніе. *Три*, *два* и *одинъ* составляютъ *шесть*; потому что *три* и *два* суть *пять*, *пять* и *одинъ* суть *шесть*.

Вопросъ. Четыре, три и два много ли всего?

Отвѣтъ. Девять.

Не худо также познакомить дѣтей съ перестановкою чиселъ, и показать имъ, что какъ бы ни были перестановлены числа, данныя для сложенія, и съ какого числа не начинали бы складывать, всегда выйдетъ одна и та же сумма.

Примѣръ.

Одинъ, два и три составляютъ шесть;

Одинъ, три и два — шесть;

Два, одинъ и три — шесть;

Два, три и одинъ — шесть;

Три, два и одинъ — шесть;

Три, одинъ и два — шесть;

Примѣненіе. Если я подался впередъ сперва на два шага, потомъ на четыре, и наконецъ еще на три; то на сколько всего шаговъ я подался впередъ? — Четыре, три и два, много ли всего? — Владимиръ купилъ въ Среду семь пряниковъ, въ Четвертокъ одинъ пряникъ, а въ Пятницу два пряника. Сколько пряниковъ купилъ онъ во всѣ три дня? — Въ одной квартирѣ три комнаты: въ первой комнатѣ три окна, въ другой два, а въ послѣдней одно окно. Много ли оконъ во всей квартирѣ?

№ 4. ЧЕТВЕРТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Вычитаніе или отнятіе изъ первыхъ десяти чиселъ по одной, два, три и проч. единицъ.

Здѣсь, какъ и при сложеніи, учитель сперва проходить по таблицѣ, восходя постепенно отъ нижняго ряда до верхняго въ первомъ столбцѣ, т. е. отъ

IIIIIIIIII до I.

Указавъ на послѣдній рядъ, гдѣ находится десять черточекъ, учитель говорить: »отъ десяти черточекъ отнявъ одну, останется девять,« и въ тоже время указываетъ на второй рядъ снизу, гдѣ означено девять черточекъ.

Такимъ же образомъ:

Отъ IIIIIIIII отнявъ I остается IIIIIIIII.
— IIIIIIIII — I — IIIIIIIII.

Онъ останавливается на этомъ дѣйстви до тѣхъ-поръ, пока ученики будутъ удовлетворительно обозначать остатки отъ вычитанія чиселъ. Для разнообразія, можно замѣнить черточки бобами, камешками, орѣхами и проч.

Но чтобы дѣти хорошо успѣли въ этомъ дѣлѣ, обратитесь къ письменному упражненію.

У. (написавъ на доскѣ 10 черточекъ).

IIIIIIIIII

Перечтите, сколько тутъ черточекъ?

У. Сколько останется, если одну зачеркнуть, вотъ такъ:

IIIIIIIIII?

Д. Останется девять черточекъ.

У. Поэтому, отъ десяти отнявъ одну, сколько получаемъ?

Д. Отъ десяти и проч.

У. Сколько надобно отнять отъ десяти, чтобы вышло девять?

Д. Одну.

У. (зачеркивая еще одну черточку).

IIIIIIIIII.

Сколько теперь осталось?

Д. Восемь.

У. Отъ десяти отнявъ два, сколько останется?

Д. Восемь.

У. Чѣмъ десять болѣе двухъ?

Д. Восемью.

У. Чѣмъ десять болѣе восьми?

Д. Двумя.

У. Чѣмъ восемь менѣе десяти?

Д. Двумя.

У. Чѣмъ два менѣе десяти?

Д. Восемью.

Примеченіе. Я имѣлъ четыре орѣха, и одинъ орѣхъ съѣлъ. Сколько у меня осталось? — Летѣло пять гусей; изъ нихъ одинъ отсталъ. Сколько впереди? — и пр. и пр.

Тѣмъ же путемъ учитель идетъ далѣе и проходить всѣ слѣдующіе ряды:

$$a) 10 - 1 = 9$$

$$9 - 1 = 8$$

и т. д.

$$\text{до } 1 - 1 = \text{ничему}$$

и т. д.

$$b) 10 - 2 = 8$$

$$9 - 2 = 7$$

$$8 - 2 = 6$$

При прохожденіи этихъ рядовъ, измѣняйте сколько можно выраженія и приемы, чтобы отдалить отъ себя всякій механизмъ.

Такъ напримѣръ:

- 1) *Два* безъ *одного* остается *одинъ*;
Три — *одного* — *два*;
Четыре — *одного* — *три*;

и т. д.

- 2) *Десять* безъ *двухъ* въ остаткѣ *восемь*;
Девять — *двухъ* — *семь*;

и т. д.

- 3) Изъ *пяти* вычитая *пять* ничего не получаемъ;
— *шести* — *пять* получаемъ *одинъ*;
— *семи* — *пять* — *два*;

и т. д.

- 4) Число *шесть* ни чѣмъ не болѣе *шести*;
Число *семь* *однимъ* болѣе *шести*;
— *восемь* *двумя* — *шести*;

и т. д.

- 5) Между *девятью* и *девятью* нѣтъ никакой разности.
Между *десятью* и *девятью* разность есть *одинъ*.

Примѣненіе. Константину *десять* лѣтъ отъ роду, а сестра моложе его *двумя* годами. Сколько лѣтъ послѣдней? — Алексѣй получилъ отъ матери *восемь* яблоковъ; *пять* яблоковъ онъ подарилъ товарищу. Много ли у него осталось? — и пр. и пр.

№ 5. ПЯТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Разложеніе чиселъ отъ 1 до 10 на ихъ составныя части. *)

Разложеніе чиселъ на ихъ составныя части есть

*) Само собою разумѣется, что здѣсь должно ограничиваться разложеніемъ чиселъ на меньшія тоже цѣлыя числа, но отнюдь не дробныя.

упражненіе весьма полезное. Оно, находясь въ тѣсной связи съ предыдущими упражненіями, упрочиваетъ въ ученикѣ знаніе началъ сложенія и вычитанія; оно же служитъ весьма важнымъ приготовительнымъ упражненіемъ и для двухъ прочихъ арифметическихъ дѣйствій.

Вотъ ходъ дѣйствій.

а. Учитель (указывая на черточку, помѣщенную въ первой кѣткѣ перваго вертикальнаго ряда)

Это одинъ разъ одинъ.

Дѣти повторяютъ сказанное.

У. (указывая на вторую кѣтку того же ряда)

Здѣсь сколько разъ взята одна черточка?

Д. Здѣсь взята *два раза одна* черточка.

У. *Два раза одна черточка все равно, что дважды одна.*

У. (указывая на III.)

Здѣсь сколько разъ поставлена одна черта?

Д. *Три раза одна черточка или трижды одна.*

Такъ поступаютъ до послѣдней кѣтки перваго вертикальнаго ряда.

Если дѣти отвѣчаютъ каждый разъ скоро и твердо, тогда учитель заставляетъ того или другаго изъ нихъ проговорить весь рядъ по порядку, отъ 1 до 10, и обратно. Послѣ того слѣдуютъ отдѣльные вопросы:

Здѣсь сколько разъ одна черточка? А тутъ? Тамъ? и проч.

б. У. (обративъ вниманіе дѣтей на вторую и третью кѣтки перваго вертикальнаго ряда).

Въ которой кѣткѣ болѣе черточекъ, во второй или третьей?

Д. Въ третьей.

У. Чѣмъ больше?

Д. Одною черточкою.

У. Поэтому *три* черточки все равно, что *десять* черточки и еще сколько?

Д. И еще одна.

У. То есть три состоятъ изъ двухъ и одной или одной и двухъ.

У. (такимъ же образомъ указывая на третью и четвертую кѣтки)

Въ которой кѣткѣ больше черточекъ?

Д. Въ четвертой.

У. Сколькими больше?

Д. Одной.

У. Поэтому *четыре* черточки все равно, что *три* черточки и еще одна *черточка*.

Такимъ образомъ получатся слѣдующіе ряды:

1) Два больше одного единицею,

Три больше двухъ единицею,

Четыре больше трехъ единицею,

и проч и проч. до

десять больше девяти единицею.

2) Или обратно:

Единица меньше двухъ единицею,

Два меньше трехъ единицею,

Три меньше четырехъ единицею,

и проч.

3) Также:

Два все равно, что одинъ и одинъ,

Три все равно, что два и одинъ,

Четыре все равно, что три и одинъ,

Пять все равно, что четыре и одинъ,

и проч. и проч.

с) У. (указывая на вторую и четвертую клѣтки)

Здѣсь сколько разъ одинъ?

Д. Здѣсь два раза одинъ.

У. А здѣсь сколько разъ одинъ?

Д. Здѣсь четыре раза одинъ.

У. Если отъ четырехъ отниму два, то сколько останется?

Д. Останется два.

У. И такъ, четыре можно разложить на какія двѣ равныя части?

Д. На два и два.

У. Поэтому четыре все равно, что сколько разъ два?

Д. Два раза два или дважды два.

У. (указывая на четвертую и третью клѣтки)

Если отъ четырехъ отниму три, то сколько останется?

Д. Останется одна.

У. Разложите четыре на двѣ неравныя части,

Д. Четыре состоитъ изъ трехъ и одной.

У. Поэтому четыре можно разлагать на равныя и неравныя части. Если четыре разложить на двѣ равныя части, то по сколько придется на каждую часть?

Д. На каждую часть придется по два.

У. А если на двѣ неравныя части?

Д. Въ одной части будетъ три, а въ другой одна.

У. (указывая на пятую клѣтку).

Можно ли пять черточекъ такъ разложить на двѣ части, чтобы въ одной было столько же черточекъ, сколько и въ другой?

Часть I.

Д. Нѣтъ! число пять можно разложить на четыре и одинъ.

У. А еще какъ?

Д. На три и два.

У. А еще какъ?

Д. Больше никакъ.

Такъ проходитъ учитель цѣлый рядъ. Но, что дѣлается по таблицъ черточками, то можно, и даже должно для разнообразія производить на столахъ бобами, камешками, игральными косточками и проч.

Послѣ чего спрашиваетъ:

У. Какія же изъ всѣхъ десяти чиселъ можно разложить на двѣ равныя части?

Д. Два, четыре, шесть, восемь и десять.

У. А какія числа нельзя?

Д. Три, пять, семь и девять.

У. Числа, которыя можно раздѣлить на двѣ равныя части такъ, чтобы въ каждой было по одинаковому числу единицъ, называются *четными*; а которыхъ не лзя — *нечетными*.

Дѣти должны выучить твердо наизусть всякое сообщенное имъ опредѣленіе. Лучше всего заставлять ихъ учить всѣмъ вдругъ и въ одинъ голосъ. Учитель при этомъ слушаѣ показываетъ видъ, будто бы онъ самъ учится съ дѣтьми. Не знаю трудности, которой не преодолѣли бы дѣти, если учитель самъ работаетъ съ ними, но не какъ учитель, а какъ старшій между ними ученикъ.

Примѣненія. По сколько придется на каждого изъ двоихъ дѣтей, если раздѣлить между ними по-равно *шесть* яблоковъ? — Двое мальчиковъ за хорошее прилежаніе получили *десять* грушъ, которыя они раздѣлили между собою по равной части. По сколько пришлось каждому? — Четное или нечетное число крыльевъ у каждой птицы? —

Какое число ногъ у каждой лошади? — Четное или нечетное число пальцевъ на одной рукѣ у каждаго изъ васъ? — Почему? — А число пальцевъ обѣихъ рукъ? — Почему? — Число дней въ недѣлѣ есть четное? — На какія двѣ неравныя части можно разложить число *пять*? — А еще какъ? —

У. Вотъ вамъ девять бобовъ, дѣлите ихъ между Александромъ и Петромъ!

Д. Если Александръ возьметъ себѣ одинъ бобъ, то Петру достанется *восемь*.

Если Александру два,	то Петру <i>семь</i> ;
— — — <i>три</i> ,	— — — <i>шесть</i> ;
— — — <i>четыре</i> ,	— — — <i>пять</i> ;
— — — <i>пять</i> ,	— — — <i>четыре</i> ;
— — — <i>шесть</i> ,	— — — <i>три</i> ;
— — — <i>семь</i> ,	— — — <i>два</i> ;
— — — <i>восемь</i> ,	— — — <i>одинъ</i> ;

У. А если Александру *десять*?

Д. То Петру ничего.

Подобнымъ образомъ учитель разлагаетъ съ дѣтьми числа на три, четыре, пять и проч. равныхъ и неравныхъ частей, не забывая ни при какомъ случаѣ дѣлать примѣненій.

№ 6. ШЕСТОЕ УПРАЖНЕНИЕ.

Персональные понятія о частяхъ единицы.

Это упражненіе происходитъ изъ предыдущаго. Послѣ дѣленія чиселъ на части, состоящія изъ однихъ цѣлыхъ, естественно рождается вопросъ: какъ раздѣлить единицу (и вообще всѣ числа отъ 1 до 10) на двѣ, три, четыре, пять и болѣе равныхъ ча

стей? Это приводит насъ къ дробямъ. Но здѣсь мы можемъ дать о нихъ только поверхностное понятіе.

Вотъ въ чемъ можетъ состоять это упражненіе.

У. (начертивъ на доскѣ двѣ равныя линіи)

Можно ли каждую изъ этихъ чертъ раздѣлить на двѣ равныя части?

Д. Можно.

У. Раздѣлите же первую черту на двѣ равныя части! (Дѣти исполняютъ требуемое).

У. На сколько частей раздѣлена эта черта?

Д. На двѣ равныя части.

У. Можемъ ли другую черту раздѣлить на двѣ равныя части?

Д. Можемъ.

У. Мы можемъ дѣлить такимъ образомъ однѣ только черты?

Д. Нѣтъ; всякую вещь.

У. Такъ! мы можемъ раздѣлить на двѣ равныя части яблоко, пряникъ, листъ бумаги, грифель и проч., однимъ словомъ, *всякую вещь*.

Если какая-либо вещь раздѣлена на двѣ равныя части, то сколько такихъ частей надобно взять, чтобы опять получить цѣлую вещь?

Д. Двѣ такія части.

У. Если *всякую цѣлую вещь*, или просто *всякое цѣлое* раздѣлить на двѣ равныя части, т. е. *пополамъ*, то каждая часть назовется *половиною*. Сколько половинокъ надобно взять, чтобы получить цѣлое?

Д. Двѣ половины.

У. Вотъ вамъ листъ бумаги, раздѣлите его на половины!

У. Если цѣлое яблоко мы раздѣлимъ между обою двумя такъ, что сколько получить одинъ, только и другой, то много ли каждому достанется?

Д. Половина.

У. А если себѣ возьму я болѣе, нежели вы?

Д. Тогда яблоко не будетъ раздѣлено на двѣ равныя части.

Сколько нужно имѣть намъ двоимъ яблоковъ, чтобы каждому досталось по цѣлому яблоку? Можно ли урокъ раздѣлить на половинны?

У. (показывая на вторую черту). Но можемъ ли эту черту раздѣлить иначе?

Д. Мы можемъ раздѣлить еѣ еще на три равныя части.



У. Если цѣлое раздѣлить на три равныя части, то каждая часть назовется *одною третью*. Покажите *одну треть*! Покажите *два третей*! Сколько же третей имѣеть цѣлое?

Д. Цѣлое имѣеть три трети.

У. По сколько получить каждый, если одно яблоко раздѣлить между вами тремя по равной части?

Д. По одной трети яблока.

У. Если Александру дать двѣ трети яблока, а Петру одну треть, то который будетъ имѣть больше?

Д. Александръ.

У. Чѣмъ больше?

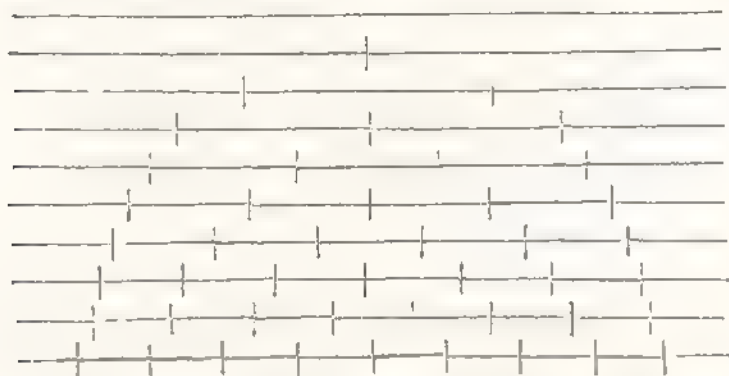
Д. Одною третью.

У. Вотъ листъ бумаги, отдѣлите отъ него для меня одну треть!

У. Только ли на двѣ и на три равныя части можно дѣлить цѣлое?

Д. Можно также раздѣлить каждое цѣлое на четыре, пять шесть и проч. частей.

У. Хорошо! Проведите на вашихъ доскахъ десять равныхъ линій, и вторую изъ нихъ раздѣлите на двѣ, третью на три, четвертую на четыре равныя части, и т. д. до 10-й, которую раздѣлите на десять равныхъ частей!



У. (переходя постепенно отъ верхней до самой нижней черты)

Это цѣлая черта.

Вторая цѣлая черта раздѣлена на *два* половины.

Третья цѣлая черта раздѣлена на *три* трети.

Четвертая цѣлая черта раздѣлена на *четыре* четверти.

и т. д.

Дѣти повторяютъ за учителемъ.

Послѣ этого можно спрашивать ихъ: покажите половину цѣлаго! гдѣ пятая часть? Покажите одну десятую часть! Гдѣ двѣ трети? Пять шестыхъ? и проч. и проч.

У. Какія части длиннѣе, половины или трети?

Д. Половины.

У. Почему?

Д. Потому что половины только *два* въ цѣлой чертъ, а третей въ такой чертъ *три*.

У. Точно такъ!

Поэтому

- 1) Одна половина болѣе одной трети;
Одна треть болѣе одной четверти;
Одна четверть болѣе одной пятой;

и т. д.

Обратно,

- 2) Одна десятая менѣе одной девятой;
Одна девятая менѣе одной осьмой;
Одна осьмая менѣе одной седьмой;

и т. д.

Также

- 3) *Два* половины болѣе *двухъ* третей;
Два трети болѣе *двухъ* четвертей;
Два четверти болѣе *двухъ* пятыхъ;

и т. д.

Обратно,

- 4) *Два* десятыхъ менѣе *двухъ* девярыхъ;
Два девярыхъ менѣе *двухъ* осьминыхъ;
Два осьминыхъ менѣе *двухъ* седьминыхъ;

и т. д.

- 5) Три трети болѣе трехъ четвертей;
Три четверти болѣе трехъ пятыхъ;

и проч. и проч.

У. Почему три трети болѣе трехъ четвертей?

Д. Потому что три трети составляютъ цѣ-

лую черту, а *три четверти* не составляют цѣлой черты.

У. Сколько къ *тремъ четвертямъ* надобно прибавить, чтобы получить цѣлую черту?

Д. Къ тремъ четвертямъ надобно прибавить еще *одну четверть*, чтобы получить цѣлую черту.

У. (показывая на вторую и четвертую черты) На сколько частей раздѣлена вторая черта?

Д. На двѣ половины.

У. А четвертая?

Д. На четыре четверти.

У. Гдѣ будетъ половина у четвертой черты?

Д. Вотъ она!

У. Сколько на половину приходится четвертей?

Д. На половину черты приходится двѣ четверти.

У. А на другую?

Д. Тоже двѣ четверти.

У. Поэтому одна половина все равно, что сколько четвертей?

Д. Одна половина все равно, что двѣ четверти.

Такимъ образомъ сравнивая вторую черту съ шестою, осью и десятою, учитель обращаетъ вниманіе дѣтей на то, что на каждую половину приходится по три шестыхъ, по четыре осьмиыхъ и по пяти десятыхъ.

Все это упражненіе должно производить также надъ бобами, камешками и проч.

Примѣненіе. Здѣсь лежатъ двѣ кучки, въ каждой по шести бобовъ; первую кучку я раздѣляю на двухъ, а другую на трехъ мальчиковъ. Которые больше получаютъ? —

Сколько шестыхъ приходится на одну треть? Сколько составляетъ половина отъ четырехъ? — Если восемь раздѣлить на двѣ равныя части, то по сколько придется на каждую половину? — Единица составляетъ какую часть отъ двухъ? — А какую часть отъ трехъ, четырехъ, пяти и пр.? Два составляютъ половину отъ какого числа? — Три составляютъ какую часть отъ девяти? — и проч. и проч.

Здѣсь мы останавливаемся, погому что дальнѣйшее ученіе о дробяхъ было бы теперь еще неумѣстно, и даже затрудняло бы дѣтей.

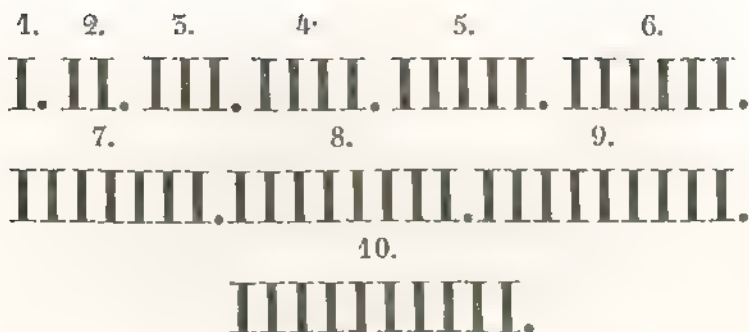
№ 7. СЕДЬМОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

О изображеніи первыхъ десяти чиселъ цифрами.

Цифры суть обще-принятые знаки для изображенія чиселъ. Онѣ называются Арабскими по причинѣ изобрѣтенія ихъ Арабами, и служатъ почти тѣмъ же для чиселъ, чѣмъ ноты для музыки и буквы для словъ.

Учитель, имѣя въ виду познакомить дѣтей съ употребленіемъ цифръ, не долженъ входить въ дальнія объясненія о пользѣ этихъ знаковъ предъ прочими, о сравненіи ихъ съ Римскими цифрами, о постепенномъ измѣненіи, которое онѣ потерпѣли во времени и проч. и проч.

У. До-сихъ - поръ вы писали числа черточками; но черточки очень много занимаютъ мѣста. Я вамъ покажу теперь другіе знаки, которыми несравненно удобнѣе означать числа. Вотъ они: (Здѣсь учитель, изобразивъ черточками весь рядъ чиселъ, отъ одного до десяти, пишетъ надъ каждою отдельною группою соотвѣтствующую ей цифру).



У. (указывая на первую цифру).

Вотъ цифра для означенія единицы. Напишите эту цифру на вашихъ доскахъ!

(Дѣти исполняютъ требуемое).

У. (указывая на цифру 2, и въ то же время еще разъ отдѣльно написавъ ее гдѣ-либо на большой доскѣ).

Вотъ цифра для означенія двухъ единицъ.

Такимъ образомъ доходить до 10.

У. Десятъ пишется такъ же какъ и 1, съ тою разницею, что съ правой стороны ея ставится особый знакъ: о (нуль).

Напишите десять!

Пройдя сперва по порядку весь рядъ отъ лѣвой руки къ правой, учитель повторяетъ съ дѣтьми эти же самыя цифры, переходя обратно отъ самаго большаго числа (10) къ самому меньшему (1); наконецъ даетъ отдѣльные вопросы.

Дѣти будутъ говорить:

Эта цифра (1) означаетъ единицу;

Эта цифра (2) означаетъ два раза одинъ или два;

Эта цифра (5) означаетъ три раза одинъ или три;

и т. д.

Примѣненіе. Какою цифрою должно изобразить двѣ вещи? — Какою цифрою семь вещей? — Какъ изображаются три единицы? — Девять, десять единицъ? — Означьте на своихъ доскахъ столько черточекъ, сколько показываетъ эта цифра (наприм. 8.)! — Вотъ эта, — та! и т. д. Какою цифрою должно означить число оконъ этой комнаты? — А число стеколъ въ каждой окнѣ? — Означьте число столовъ, дверей, чернилницъ, пуговицъ на курткахъ, мальчишковыхъ, которые сидятъ на одной скамьѣ, пальцевъ на обычныхъ рукахъ, ушей и проч. — Гдѣ стоитъ цифра 3, 4, 7, 10? — Напишите цифру 9 и подлѣ нея число черточекъ, которое ей соответствуетъ! — Означьте и потомъ выговорите цифру, которая занимаетъ по порядку третье, пятое, седьмое и проч. мѣсто? — Какая цифра стоитъ между пятью и семью? — Между восемью и десятью? —

Не забывайте, что цифренное письмо довольно трудно для дѣтей, которыя еще слабы въ грамотѣ. Если они едва пишутъ буквы, то было бы несправедливо требовать съ нихъ, чтобы послѣ двухъ, трехъ уроковъ они могли писать цифры четко и красиво.

Не должно прямо хвалить письма того или другаго ученика, если оно даже и въ самомъ дѣлѣ безобразно: лучше чаще хвалите тѣхъ, которые болѣе успеваютъ: это послужитъ ободреніемъ для слабыхъ.

Здѣсь можно преподать слѣдующія правила:

- 1) Ученики должны писать цифры сколько возможно крупнѣе, хотя обыкновенно маленькія дѣти, отъ робости или чего другаго, пишутъ слишкомъ мелко.
- 2) Для соблюденія постепенности, цифры, въ отношеніи легкости письма, могутъ быть раздѣлены на три разряда. Къ первому при-

надлежать: 1, 4, 7; ко второму: 0, 6, 8, 9; наконецъ, къ третьему: 2, 3, 5.

- 3) Не прежде должно переходить отъ одной цифры къ другой, пока пройденныя цифры будутъ соотвѣтствовать своимъ оригиналамъ.

№ 8. ОСЬМОЕ УПРАЖНЕНИЕ.

Замѣщеніе цифрами точекъ и чертъ въ предыдущихъ упражненіяхъ.

Обратясь къ таблицѣ № 1, учитель заставляетъ дѣтей производить по ней исчисленіе вмѣсто чертъ цифрами. Но прежде онъ долженъ ознакомить ихъ съ употребленіемъ арифметическихъ знаковъ.

У. Напишите цифру 2!

(Дѣти исполняютъ требованіе)

У. Если къ двумъ прибавить еще два, то сколько получится?

Д. То получится четыре.

У. Чтобы показать на доскѣ, что къ числу два прибавляется еще два, должно написать такъ:

2 и еще 2.

Но чтобы не писать каждый разъ словъ: »и еще«, для этого выдуманъ знакъ: + (показывалъ его), который есть не что иное, какъ крестикъ, и котораго имя *плюсъ*. Поэтому двѣ единицы и еще двѣ единицы все тоже, что

2 + 2

Но 2 и 2 все равно, что (на подчеркнутыхъ словахъ усиливаетъ удареніе) сколько единицъ?

Д. Четыре.

Это бы следовало написать такъ:

$$2 + 2 \text{ все равно, что } 4$$

Чтобы не писать словъ: »все равно что«, придумали знакъ: \equiv , котораго имя *равно*.

Что означаетъ знакъ: $+$? Какія слова замѣняются знакомъ $=$?

И такъ, чтобы вкратцѣ означить на доскѣ, что *два единицы и еще два все равно, что четыре единицы, пишутъ:*

$$2 + 2 = 4.$$

Сколько получится единицъ, если къ 6 прибавить 3?

Д. Получится 9.

У. Поэтому 6 единицъ и 3 единицы все равно, что девять единицъ. — Какъ означить на доскѣ, что 6 единицъ сложены съ 3 единицами?

Д. Надобно написать сперва цифру 6, потомъ за нею поставить крестикъ (плюсъ), а за крестикомъ цифру 3. Вотъ какъ:

$$6 + 3.$$

У. Хорошо! Но какъ означить, что 6 и 3 *все равно, что* 9?

Д. Вотъ какъ: $6 + 3 = 9$

Что означаютъ эти двѣ поперечныя черточки, которыя вы поставили между 6 и 3?

Д. Онѣ означаютъ слова: »все равно что«.

У. Прекрасно! и впередъ такъ пишите. Эти знаки выдуманы для того, чтобы можно было писать сокращенно и своимъ письмомъ занимать мало мѣста. — Этотъ знакъ ($+$) употребляется только тогда, когда числа складываются, и потому онъ

также называется *знакомъ сложенія*. Но какъ для сложенія есть знакъ, такъ есть знакъ и для отнятія одного числа отъ другаго, или для вычитанія.

Сколько составляетъ 5 безъ 3?

Д. Пять безъ трехъ составляетъ два.

У. Чгобы означить цифрами: «пять безъ трехъ» надобно бы было написать такъ:

$$5 \text{ безъ } 3$$

Не желая употреблять часто слова: «безъ», выдумали знакъ: — (минусъ). Эту маленькую черту надобно ставить всегда въ тѣхъ случаяхъ, когда изъ одного числа требуется отнять или вычесть другое: поэтому

$$5 - 3 = 2.$$

Какъ *плюсъ* есть *знакъ сложенія*, такъ и *минусъ* есть *знакъ вычитанія*.

У. Я вамъ покажу еще одинъ сокращенный знакъ. Чгобы не писать всякій разъ *дважды два*, *трижды два*, *трижды три*, или 2 раза 2, 3 раза 2, 3 раза 3, пишутъ такъ:

$$2 \times 2, 3 \times 2, 3 \times 3.$$

Знакъ: \times есть тоже крестикъ, но, какъ вы видите, имѣетъ другой видъ, похожій на Русскую букву Х. Этотъ знакъ замѣняетъ собою слово «разъ» Въмсто его можно ставить и точку (\cdot), такъ:

$$2 \cdot 2 \quad 3 \cdot 2 \quad 3 \cdot 3.$$

Теперь обратимся опять къ нашей таблицѣ, и то, что мы прежде дѣлали изустно, станемъ писать цифрами.

Подъ руководствомъ учителя дѣти пишутъ слѣдующіе ряды:

(№ 3) $1+1=2$ $2+1=3$ $3+1=4$ Наконецъ $9+1=10$
 $1+2=3$ $2+2=4$ $3+2=5$ $8+2=10$
 $1+3=4$ $2+3=5$ $3+3=6$ $7+3=10$
 $1+4=5$ $2+4=6$ $3+4=7$ $6+4=10$
 $1+5=6$ $2+5=7$ $5+5=8$ $5+5=10$
 $1+6=7$ $2+6=8$ $3+6=9$
 $1+7=8$ $2+7=9$ $3+7=10$
 $1+8=9$ $2+8=10$ и т. д.
 $1+9=10$

Всѣ эти ряды прочитываются учениками вслухъ.

(№ 4) $1-1=0$ $2-1=1$ $3-1=2$ Наконецъ $10-1=9$
 $2-2=0$ $3-2=1$ $4-2=2$ $10-2=8$
 $3-3=0$ $4-3=1$ $5-3=2$ $10-3=7$
 $4-4=0$ $5-4=1$ $6-4=2$ $10-4=6$
 $5-5=0$ $6-5=1$ $7-5=2$ $10-5=5$
 $6-6=0$ $7-6=1$ $8-6=2$ $10-6=4$
 $7-7=0$ $8-7=1$ $9-7=2$ $10-7=3$
 $8-8=0$ $9-8=1$ $10-8=2$ $10-8=2$
 $9-9=0$ $10-9=1$ и т. д. $10-9=1$
 $10-10=0$ $10-10=0$

(№ 5) $1=1$
 $2=1+1$
 $3=1+1+1=2+1=1+2$
 $4=1+1+1+1=3+1=1+3=2+2$
 $=2 \times 2,$
 $5=1+1+1+1+1=4+1=1+4=3+2$
 $=2+3=2+2+1=2 \times 2 + 1,$
 $6=1+1+1+1+1+1=5+1=1+1+4$
 $=1+1+1+3=1+1+1+1+2=2+4$
 $=1+2+3=2+2+2=3 \times 2=2 \times 3$
 $=2 \times 2 + 2$ и проч.

По прохожденіи всѣхъ этихъ рядовъ, учитель снова прибѣгаетъ къ задачамъ, стараясь, во-первыхъ,

сколько возможно разнообразить ихъ содержаніе, во-вторыхъ, соединять въ нихъ то, что прежде разсма- тривали отдѣльно.

Примѣры.

- а) *Для разложенія.*
- 1) Изъ какихъ чиселъ можно составить число *девять*?
 - 2) Какія составныя части чис- ла *семи*?
 - 3) Какія числа могутъ соста- вить *семь*?
 - 4) Какимъ различнымъ обра- зомъ можетъ составиться число *семь*?
- б) *Для сложенія.*
- 1) Что получу, если къ *одно- му* прибавлю *2*?
 - 2) Что произойдетъ, когда къ *8* прибавить *2*?
 - 3) Сколько дастъ число *два*, сложенное съ *восемью*?
 - 4) Какое составитъ число, ес- ли *6* увеличить *3*?
 - 5) Если соединить *7* съ *2*, то какое выйдетъ число?
- в) *Для вычитанія.*
- 1) Сколько останется, когда отъ *десяти* отниму *одинъ*?
 - 2) Сколько дастъ *восемь* безъ *трехъ*?
 - 3) Какое число *три* меньше *семи*?
 - 4) Отнимите отъ *десяти* *шестъ*!
 - 5) Чѣмъ *восемь* болѣе *четы- рехъ*?

- 6) Вычтя 4 отъ 9, какой получимъ остатокъ?
- 7) Число, изъ котораго должно вычесть, есть 10, остатокъ, происшедшій отъ вычитанія, есть 7; какое же число вычитали?

Само собою разумѣется, что при каждой особой задачѣ не есть необходимость употреблять все эти различныя формы изложенія, что только слишкомъ растянуло бы ходъ дѣла. Учитель, задавая вопросъ, употребляетъ тогъ или другой способъ изложенія, и если двѣ всякій разъ отвѣчаютъ удовлетворительно, то это явный знакъ, что они хорошо проникли въ сущность исчисленія, — что и составляетъ главную цѣль этихъ упражненій.

Сложные прилѣры.

Здѣсь соединяются различныя, до того въ отдельности разсматриваемыя, ариметическія дѣйствія.

а) *Сложеніе съ вычитаніемъ.*

- 1) Сколько будетъ, если два $+$ четыре уменьшимъ двумя, тремя, четырьмя, пятью, шестью единицами?

Отвѣтъ. Два $+$ четыре безъ трехъ составляютъ три; потому что два и четыре составляютъ шесть; шесть безъ трехъ — три. Письменно: $(2 + 4) - 3 = 3$.

- 2) Сколько останется, если отъ десяти отнять пять и три?

Отвѣтъ. Два; потому что пять и три, восемь; десять безъ пяти — пять, пять безъ трехъ — два. Письменно:
 $10 - (5 + 3) = 2$.

3) Много ли получится, если сперва отъ десяти отнять четыре, а потомъ къ остатку приложить два?

Отвѣтъ. Получится восемь. Десять безъ четырехъ — шесть, шесть и два — восемь. Цифрами: $(10 - 4) + 2 = 6 + 2 = 8$.

б) *Разложене съ сложениемъ.*

Разложите число десять на три неравныя части, и потомъ къ самой большей придайте меньшую!

Отвѣтъ. Десять состоитъ изъ пяти, трехъ и двухъ; большее число десяти есть пять, меньшее — два; пять и два, семь. Въ цифр. $10 = 5 + 3 + 2, 5 + 2 = 7$.

с) *Разложене съ вычитаніемъ.*

Разложивъ число десять на двѣ неравныя части, вычтите изъ большей части меньшую!

Отвѣтъ. $9 = 7 + 2$; семь безъ двухъ составляетъ пять. Или $9 = (7 + 2); 7 - 2 = 5$.

Раздѣлите десять бобовъ между четырьмя мальчиками такъ, чтобы второй получилъ болѣе перваго, третій болѣе втораго, а четвертый болѣе третьяго!

У двухъ мальчиковъ девять перьевъ, у одного изъ нихъ пять. Узнать, сколько у втораго, и сколько перьями у перваго болѣе нежели у втораго!

Въ одномъ изъ моихъ кармановъ четыре орѣха, а въ другомъ двумя болѣе. Сколько у меня орѣховъ въ обоихъ карманахъ?

Если при рѣшеніи нѣкоторыхъ задачъ дѣти будутъ затрудняться, то должъ учителя раздроблять такія задачи, дѣлая притомъ частные вопросы, которые поясняютъ дѣло. Вообще подобныя задачи доставляютъ дѣтямъ много удовольствія; онѣ сильно возбуждаютъ остроуміе. Учители народныхъ школъ въ Германіи снабжены для этой цѣли достаточнымъ числомъ книжекъ, гдѣ именно содержатся разнородныя собранія изустныхъ задачъ; у насъ же, къ сожалѣнію, по этому предмету еще ничего не сдѣлано. Вотъ почему, желая сколько нибудь замѣнить этотъ недостатокъ, на каждое правило мы приводимъ такое большое число примѣровъ.

№ 9. ДЕВЯТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Повтореніе всего пройденнаго.

Въ заключеніе этой Первой Степени, учитель можетъ быстро пройти съ дѣтьми все имъ сообщенное. Лучшее средство къ тому, если онъ снова займется каждымъ натуральнымъ числомъ, наблюдая притомъ, во-первыхъ, извѣстный порядокъ, въ которомъ числа слѣдуютъ, во-вторыхъ, отдѣльное разсматриваніе чиселъ, и, въ-третьихъ, отношенія, въ какихъ числа находятся одно къ другому.

Слѣдующіе вопросы изъясняютъ ходъ, котораго должно держаться при повтореніи.

Одинъ.

1. Проведите на своихъ аспидныхъ доскахъ одну черту!
2. Сколько разъ при этомъ вы прилагали грифель къ доскѣ, и сколько разъ отнимали-

3. Какихъ частей тѣла у каждаго изъ васъ находится только по одной?
4. Какихъ вещей въ этой комнатѣ только по одной?
5. Какія вещи можно считать?
6. Какія образуются числа отъ увеличенія единицы?
7. На что единица можетъ быть уменьшена?
8. Въ какихъ числахъ единица заключается:
а) два раза, б) семь разъ и проч?
9. Какія числа получатся, если каждое изъ натуральныхъ чиселъ, начиная съ десяти, уменьшится на единицу?
10. Единица есть членъ какихъ чиселъ?

Два.

1. Проведите на доскѣ двѣ черты!
2. Сколько разъ при этомъ вы прилагали грифель къ доскѣ, и сколько разъ снимали?
3. Какіе члены вашего тѣла повторяются въ васъ два раза?
4. Какихъ одинаковыхъ вещей въ этой комнатѣ находится по двѣ?
5. Какъ образуется два?
6. Изъ чего состоитъ два?
7. Сколько разъ надобно повторить единицу, чтобы получить два?
8. Какія получатся числа отъ увеличенія двухъ:
а) единицею, б) двумя, с) тремя и проч?
9. Уменьшите каждое изъ десяти чиселъ двумя единицами!

10. Что останется, когда возьмете отъ двухъ:
а) единицу, б) два.
11. Два составляетъ часть отъ какихъ чиселъ?
Равную или неравную? половину, треть,
четверть?
12. Въ какомъ числѣ два содержится: а) одинъ
разъ, б) два раза, с) три раза и проч?
13. Въ какомъ числѣ два содержится четыре
раза и еще одинъ разъ?

Три.

Кромѣ предыдущихъ вопросовъ, которые
равно могутъ быть примѣнены къ числу
три, вотъ еще:

1. Какъ составляется три изъ двухъ?
От. Прибавленіемъ къ двумъ единицы.
2. Какъ получается число три изъ четырехъ,
пяти и проч.?
Отв. Отнятіемъ единицы, двухъ и проч.
3. На какія меньшія числа разлагается число
три?
4. Что получится, когда всѣ числа, отъ еди-
ницы до семи, будутъ увеличены тремя?
5. Отъ какого числа я отнялъ три, если по-
лучилъ въ остаткѣ шесть?
6. Къ какому числу я прибавилъ три, если
получилъ пять?
7. Въ какомъ числѣ три находится два раза?
8. А въ какомъ три раза?
9. Въ какомъ числѣ три содержится два раза
и еще одинъ разъ?

Отъ какого числа три составляетъ половину, треть?

Такимъ образомъ учитель поступаетъ и со всеми прочими числами до десяти.

Цѣль этой Первой Степени исчисленія — раскрытіе первыхъ и важнѣйшихъ законовъ чиселъ и положеніе прочнаго основанія всему послѣдующему ученію — будетъ достигнута, если ученики во всѣхъ показанныхъ девяти упражненіяхъ каждый разъ будутъ отвѣчать скоро, точно и правильно. Опыты многихъ лѣтъ доказали, что изложенный нами способъ есть лучший, чтобы ученики вѣрнѣе усвоили себѣ первыя начала Ариметики, и чтобы преподаваніе своимъ разнообразіемъ сколько возможно болѣе ихъ занимало. Мы отнюдь не желаемъ, чтобы учитель буквально придерживался нашей книги; это даже послужило бѣ ему во вредъ. Пусть онъ измѣнитъ то или другое, если обстоятельства не позволяютъ ему поступать такъ, какъ здѣсь показано, но лишь бы онъ всегда дѣйствовалъ въ томъ духѣ развитія, который найдетъ въ этихъ упражненіяхъ.

ВТОРАЯ СТЕПЕНЬ.

ДѢЙСТВІЯ НАДЪ ЧИСЛАМИ ОТЪ ОД- НОВОГО ДО СТО.

Въ Первой Степени мы старались, по возможности, показать всѣ измѣненія чиселъ; но предѣлы для этого были слишкомъ тѣсны. Здѣсь, во Второй Степени, всѣ предыдущія дѣйствія можно вывести съ бѣльшею отчетливостію и подробностію.

Ученики прежде всего должны научиться считать отъ 1 до 100 не только въ томъ случаѣ, когда эти числа будутъ расположены въ извѣстномъ послѣдовательномъ порядкѣ; но научиться считать и вразбивку съ точностію и увѣренностію. Они должны знать также, какъ разлагать эти числа на единицы и десятки, и наконецъ на какія угодно 2, 3, 4 и болѣе равныхъ и неравныхъ частей. Далѣе, вникнуть во всѣ тѣ измѣненія, какимъ эти числа подвержены; поэтому знать, какимъ образомъ вообще можно ихъ увеличивать или уменьшать. Какъ увеличеніе такъ и уменьшеніе бываетъ двоякаго рода. Число увеличится, если къ нему прибавить другое, и также увеличится, если взять его два или болѣе разъ. То же можно сказать и объ уменьшеніи чиселъ. Отсюда

происходятъ четыре различныя дѣйствія, которыя суть: *сложеніе, вычитаніе, умноженіе и дѣленіе*. Эти дѣйствія сперва должны быть разсмотрѣны по одиначкѣ, а потомъ во взаимномъ соединеніи. Большій просторъ въ этой Степени даетъ возможность разсмотрѣть также съ большимъ вниманіемъ и дроби, а въ приложеніяхъ можно уже познакомить учениковъ съ различными мѣрами длины, вѣса, времени и проч.

№ 10. ПЕРВОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Изустное и вѣтъсть наглядное счисленіе чиселъ отъ 1 до 100.

Всѣ счисленія производятся по той же таблицѣ № 1. Впрочемъ въ многочисленныхъ классахъ можно также съ пользою употреблять доску, къ лицевой сторонѣ которой придѣланы горизонтальныя и между собою параллельныя планочки. На эти планочки ставятъ четыреугольныя дощечки, выкрашенныя бѣлою краскою, если доска чернаго цвѣта и по нимъ-то производятъ исчисленія. (Смют. изображеніе такой доски въ концѣ книги).

а. Наглядное познаніе о десятикахъ.

Учит. (означая указкою двѣ первыя кѣтки послѣдняго ряда, спрашиваетъ:)

Сколько черточекъ въ первой кѣткѣ послѣдняго горизонтальнаго ряда?

Д. Десять черточекъ.

У. Десять все равно, что десять разъ одинъ, или одинъ разъ десять, или одинъ десятокъ.

Сколько черточекъ во второй клеткѣ того же ряда?

Д. Тоже десять, или десять разъ одинъ, или одинъ разъ десять, или одинъ десятокъ.

У. Поэтому въ двухъ клеткахъ будетъ одинъ разъ десять и еще одинъ разъ десять, т. е. два раза десять. Два раза десять для краткости выговаривается двадцать.

Сколько десятковъ въ двадцати?

Д. Два десятка.

У. Сколько единицъ въ двухъ десяткахъ?

Д. Десять и еще десять или двадцать.

У. Напишите на своихъ доскахъ черточками одинъ десятокъ!.

Напишите еще одинъ десятокъ!... Сколько десятковъ у васъ написано?

Д. Два десятка.

У. Какъ это выговорить однимъ словомъ?

Д. Двадцать.

У. (показывая на третью клетку того же ряда) Вотъ еще одинъ десятокъ. Сколько десятковъ во всѣхъ трехъ клеткахъ?

Д. Во всѣхъ трехъ клеткахъ три раза одинъ десятокъ или три десятка.

У. Три десятка выговариваются тридцать. — Сколько десятковъ въ тридцати?

Д. Три десятка.

У. Сколькими десятками тридцать болѣе двадцати?

Д. Однимъ десяткомъ.

Такимъ образомъ продолжаетъ считать далѣе:

Четыре десятка или сорокъ,
пять десятковъ или пятьдесятъ,
шесть десятковъ или шестьдесятъ,
семь десятковъ или семьдесятъ,
восемь десятковъ или восемьдесятъ,
девять десятковъ или девяносто,
десять десятковъ или сто.

Тотъ или другой изъ учениковъ, съ помощію указки повторяетъ за учителемъ по таблицѣ: это *одинъ десятокъ*, это *два десятка* и т. д., или, это *двадцать*, это *тридцать*, *сорокъ* и т. д.

Учитель долженъ приучить дѣтей, чтобы они слыше возвыщали голосъ надъ словомъ *десятокъ*.

У. Покажите четыре десятка или сорокъ единицъ!

Д. (указывая на всѣ четыре кѣтки послѣдняго горизонтальнаго ряда) Вотъ четыре десятка или сорокъ черточекъ.

У. Гдѣ семьдесятъ? — Гдѣ сто? — Сколькими десятками *сто* болѣе *девяносто*, *восемьдесятъ*, *семьдесятъ* и проч.

Прибавленіе и отнятіе по одному десятку все тоже, что прибавленіе и отнятіе по единицѣ.

в. *Наглядное познаніе промежуточныхъ чиселъ между 1 и 100.*

1. *Счисленіе чиселъ отъ 1 до 20.*

У. (показывая на 1-ю кѣтку послѣдняго горизонтальнаго ряда).

Сколько тутъ черточекъ?

Д. Тутъ десять черточекъ.

У. (показывая на 1-ю клетку первого горизонтального ряда).

А здѣсь сколько?

Д. Здѣсь одна черточка.

У. (показывая на обѣ клетки вдругъ).

Сколько всего черточекъ въ обѣихъ этихъ клеткахъ?

Д. Въ обѣихъ этихъ клеткахъ *десять* черточекъ и еще *одна* черточка.

У. Это все равно, что *одинъ десятокъ* и еще *одна*. *Одинъ десятокъ* и *одна* единица составляютъ число, которое называется *одинадцать*. — Сколько составляютъ *одинъ разъ одинъ* и *десять разъ одинъ*?

Д. Тоже *одинадцать*.

Примѣненіе. Напишите *одинадцать* черточекъ! — Сосчитайте всѣ числа отъ *одного* до *11*! — За какимъ числомъ слѣдуетъ число *одинадцать*? — Насчитавъ *одинъ десятокъ*, если прибавите еще *одну*, то что получите? — Когда вмѣсто *одинадцати* получите опять *одинъ десятокъ*? — Произнесите первыя *одинадцать* буквъ азбуки, начиная съ буквы *а*!

У. (показывая на вторую и последнюю клетки первого вертикального ряда таблицы).

Сколько тутъ всего черточекъ?

Д. *Два* раза *одна* черточка и *десять разъ одна* черточка.

У. *Два* раза *одна* черточка и *десять разъ одна* черточка составляютъ *двенадцать* черточекъ.

Примѣненіе. Напишите *двенадцать* черточекъ! — Сосчитайте *двенадцать* одинаковыхъ предметовъ! Послѣ какого числа слѣдуетъ число *12*? — Какая *двенадцатая* буква Русской азбуки? — Число *двенадцать* известно также подъ именемъ: *дюжина*; такъ говорятъ: *дюжина тарелокъ*,

дюжина ножей и проч. Сколько десятковъ и сколько единицъ въ *двѣнадцати*? — Каждый годъ состоитъ изъ *двѣнадцати* мѣсяцевъ, которые суть: Январь, Февраль и проч.

Учитель продолжаетъ подобнымъ образомъ считать по таблицѣ слѣдующія числа: 13, 14, 15 и проч. до 20.

Здѣсь онъ долженъ заставить дѣтей считать двояко; во-первыхъ, къ одному десятку прибавлять по 1, 2, 3, 4 и т. д. до 10, и во-вторыхъ обратно, къ 1, 2, 3, 4, 5 и проч. прибавлять по одному десятку.

2. *Счисленіе чиселъ отъ 20 до 100.*

И здѣсь, какъ въ первомъ случаѣ, учитель сначала считаетъ по таблицѣ.

У. (показывая на первыя двѣ клетки послѣдняго горизонтальнаго ряда).

Сколько тутъ десятковъ?

Д. Тутъ два десятка.

У. Сколько всего здѣсь черточекъ?

Д. Здѣсь двадцать черточекъ.

У. (показывая вмѣстѣ на первыя двѣ клетки послѣдняго горизонтальнаго ряда и на первую клетку перваго горизонтальнаго ряда) Много ли тутъ всего черточекъ?

Д. Двадцать и одна.

У. Или кратче: *двадцать одна*.

Букву *и*, которую въ началѣ счисленія часто употребляютъ дѣти, не должно выпускать при произношеніи. Только мало по малу надобно приучать дѣтей, чтобы они не употребляли ея въ сложныхъ числахъ, какъ совершенно лишнюю.

Слѣдуя опредѣленному пути, учитель проходить съ дѣтьми по таблицѣ числа:

- a) 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29.
- b) 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39.
- c) 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49.
- d) 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59.
- e) 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69.
- f) 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79.
- g) 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89.
- h) 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99.
- i) 100.

Излишне, кажется, напоминать учителю, что онъ не вдругъ долженъ пройти все эти числа, но, напротивъ, при каждомъ новомъ десяткѣ непременно останавливаться и дѣлать различныя приложенія; разсматривать соединенія чиселъ съ разныхъ точекъ зрѣнія, и, по самой крайней возможности, перемѣнять приемы, не придерживаясь отнюдь какого-либо одного порядка, чтобы не впасть въ опасный механизмъ.

Приписаніе. Сосчитайте пятнадцать страницъ вотъ въ этой книгѣ! — Считайте отъ 1 до 37! — Начните считать съ числа 14 и кончите числомъ 78! — Сколько десятковъ и единицъ въ 95? — Возьмите каждый по кулечку бобовъ, и скажите, сколько будетъ бобовъ у каждаго изъ васъ! — Выговорите все промежуточные числа между 19 и 36! — Напишите точками, каждый на своей доскѣ, число 67, размѣстивъ эти точки по десяткамъ! и проч. и проч.

№ 11. ВТОРОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Изображеніе чиселъ отъ 1 до 100 цифрами.

При цифрномъ счисленіи главное дѣло состоитъ въ томъ, чтобы ученики различали достоинство

каждой цифры по мѣсту, которое она занимаетъ отъ правой руки къ лѣвой въ какомъ либо ряду цифръ. Такъ напримѣръ, ученики здѣсь должны хорошо понимать, что изъ двухъ, одна подлѣ другой написанныхъ цифръ, та, которая стоитъ по лѣвой сторонѣ, изображаетъ десятки. Зная, какимъ образомъ пишется число десять, они безъ труда могутъ научиться писать и 20, 40 и проч. Эти, такъ называемыя, *круглыя* числа (т. е. состоящія изъ однихъ десятковъ, или сотенъ, или тысячъ и т. д.), несравненно легче изображать, нежели сложныя, которыя состоятъ изъ десятковъ и единицъ, и т. д.

У. Напишите число десять!

Д. (Пишутъ) Вотъ: 10.

У. Сколько разъ десять составляетъ двадцать?

Д. Два раза десять.

У. Чтобы написать двадцать, надобно написать цифру 2 и за нею 0.

и т. д.

У. Изъ чего состоитъ одиннадцать?

Д. Изъ десятка и единицы.

У. Чтобы написать одиннадцать, надобно цифру 0 замѣнить цифрою 1, вотъ такъ: 11.

Чтобы написать двѣнадцать, нужно цифру 0 замѣнить цифрою 2.

и т. д.

У. Число двадцать состоитъ изъ двухъ десятковъ, значитъ, что въ этомъ числѣ кромѣ десятковъ нѣтъ ни одной единицы. Вотъ почему на первомъ мѣстѣ съ правой руки стоитъ цифра 0, которая замѣняетъ собою мѣсто единицъ, потому что безъ

этого нуля не было бы двадцать единицъ, а только двѣ единицы.

Такъ проходить учитель всѣ числа отъ 1 до 100. (См. въ № 10 ряды: а, в, с, d и проч.)

Теперь необходимо обратить вниманіе дѣтей еще на весьма важное обстоятельство, что *одними и тѣми же цифрами можно изобразить разныя числа*. Возьмемъ, напримѣръ, цифры 7 и 9. Посредствомъ этихъ цифръ мы можемъ изобразить два слѣдующія числа: 79 и 97. Въ первомъ числѣ цифра 7 означаетъ десятки, а цифра 9 единицы, во второмъ же на оборотъ. Этотъ примѣръ показываетъ, что одиѣ и тѣ же цифры изображаютъ не одинакія числа, и что онѣ получаютъ свое значеніе отъ мѣста, которое занимаютъ въ ряду.

№ 12. ТРЕТІЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Сложеніе чиселъ, которыхъ суммы не превышаютъ числа 20.

Это упражненіе, которое есть продолженіе № 3-го, раздѣляемъ на двѣ части: 1) на соединеніе единицъ съ единицами, и 2) на соединеніе единицъ съ числами, превышающими 1 десятокъ. Вообще здѣсь должно обращать вниманіе болѣе на изустное исчисленіе, хотя также нельзя избѣгнуть вовсе и наглядныхъ средствъ, каковы: черточки, точки, бобы и проч.

I. Соединеніе единицъ съ единицами.

Въ Первой Степени мы видѣли, сколько состав-

ляютъ 9 и 1, 8 и 2, 7 и 3 и проч. Теперь можемъ продолжать это дѣйствіе, и считать: 10 и 1, 10 и 2, 10 и 5 и т. д. Чрезъ это исчисленіе получатся слѣдующіе ряды:

1 + 1, 1 + 2, 1 + 3, 1 + 4, 1 + 5, 1 + 6, 1 + 7, 1 + 8, 1 + 9,
2 + 1, 2 + 2, 2 + 3, 2 + 4, 2 + 5, 2 + 6, 2 + 7, 2 + 8, 2 + 9,
3 + 1, 3 + 2, 3 + 3, 3 + 4, 3 + 5, 3 + 6, 3 + 7, 3 + 8, 3 + 9,
4 + 1, 4 + 2, 4 + 3, 4 + 4, 4 + 5, 4 + 6, 4 + 7, 4 + 8, 4 + 9,

и т. д.

до 10 + 1, + 2, + 3, + 4, + 5, + 6, + 7, + 8, + 9.

Эти ряды можно читать и вертикально и горизонтально. Суммы, опущенныя здѣсь за недостаткомъ мѣста, должны быть прибавлены.

Учитель проходитъ эти ряды по таблицѣ, а чтобы упражненіе не было дѣломъ одной наглядности, безпрестанно занимаетъ дѣтей задачами, сколько возможно разнообразными.

При задачахъ можно держаться слѣдующаго порядка:

- 1) Соединять большее число съ меньшимъ; напр. 9 + 3.
- 2) Соединять меньшее число съ большимъ; напр. 5 + 8.
- 3) Соединять одинакія числа; напр. 7 + 7.
- 4) Соединять болѣе нежели два числа вѣсть напр. 3 + 3 + 1 + 7.

При соединеніи чиселъ, которыхъ сумма превышаетъ число десять, надобно имѣть въ виду такое правило:

Одно изъ данныхъ чиселъ должно разложить на двѣ такія части, изъ которыхъ одна, будучи приложена къ другому числу, составляла бы съ нимъ вѣсть

сть круглое число 10; потомъ къ десяти прибавить остальную часть разложеннаго числа.

У. (пишетъ на доскѣ 8 черточекъ и еще 4 черточки).

IIIIIIII. IIII

Сколько надобно еще прибавить черточекъ къ восьми черточкамъ, чтобы вышло 10?

Д. Къ 8 черточкамъ надобно еще прибавить 2 черточки, чтобы вышло 10.

У. И такъ, отъ 4 черточекъ беремъ двѣ и прибавляемъ къ восьми. Сколько теперь останется черточекъ у 4?

Д. Только двѣ.

У. Сколько же 10 и 2?

Д. Двѣнадцать.

У. Поэтому 8 и 4 тоже 12.

У. Сколько будетъ 9 и 5?

Д. 14.

У. Почему?

Д. Отъ 9 до 10 не достаетъ единицы; разложивъ число 5 на двѣ части такъ, чтобы въ одной было 1, а въ другой 4, къ 9 прилагаю 1 и получаю 10. Потомъ остальные 4 прилагаю къ 10, и получаю 14.

У. Сколько получится, если 5 сложить съ 9?

Д. Тоже 14; потому что къ 5 надобно прибавить еще 5, чтобы получить 10; а 9 разлагается на 5 и 4. Итакъ, 5 и 5 суть 10, 10 и 4 суть 14.

При этомъ примѣрѣ надобно указать ученикамъ, что одинакія числа, какое бы изъ нихъ ни стояло прежде, даютъ одинакія суммы.

Часть I

5

Извѣстно, что умноженіе есть сокращенное сложеніе одинакихъ чиселъ. Поэтому при сложеніи одинакихъ чиселъ должно уже готовитьъ дѣтей къ умноженію. — Такъ, заставляя дѣтей складывать числа: 2 и 2, 3 и 3, 4 и 4, и проч., учитель долженъ прибавлять слѣдующія выраженія: 2 и 2 или *дважды два* составляютъ 4; 5 и 5 или *дважды 5* составляютъ 10 и т. д., — что уже нѣсколько дѣлали въ Первой Степени. При сложеніи болѣе нежели двухъ чиселъ, надобно указать дѣтямъ, чтобы они сперва къ первому прилагали второе, а потомъ ко второму третіе. Впрочемъ дѣти и сами найдутся, какъ поступать въ этомъ случаѣ, и тогда лучше, если учитель ничего не будетъ подсказывать.

II. Соединеніе единицъ съ числами, превышающими 1 десятокъ.

Слѣдующіе ряды послужатъ примѣромъ и для всѣхъ прочихъ рядовъ такого рода. Эти ряды учитель можетъ проходить изустно или письменно, употребляя для того цифры, которыя теперь уже извѣстны ученикамъ.

10 + 1, 10 + 2, 10 + 3, 10 + 4, 10 + 5, 10 + 6, 10 + 7, 10 + 8, 10 + 9,
10 + 10,
11 + 1, 11 + 2, 11 + 3, 11 + 4, 11 + 5, 11 + 6, 11 + 7, 11 + 8, 11 + 9,
12 + 1, 12 + 2, 12 + 3, 12 + 4, 12 + 5, 12 + 6, 12 + 7, 12 + 8,
13 + 1, 13 + 2, 13 + 3, 13 + 4, 13 + 5, 13 + 6, 13 + 7,
14 + 1, 14 + 2, 14 + 3, 14 + 4, 14 + 5, 14 + 6,
15 + 1, 15 + 2, 15 + 3, 15 + 4, 15 + 5,
16 + 1, 16 + 2, 16 + 3, 16 + 4,
17 + 1, 17 + 2, 17 + 3,
18 + 1, 18 + 2,
19 + 1.

Приложеніа. Нѣкто купилъ для своего сада два дерева: дубовое, за которое заплатилъ 7 гривенъ, и вишневое, стоящее 9 гривенъ. Сколько онъ заплатилъ за оба дерева? — Петя, Костя и Ваня подали вмѣстѣ нищему нѣсколько денегъ. Первый подаль 6 пятаковъ, второй 3 пятака, а третій пятью пятаками болѣе втораго. Сколько они вмѣстѣ подали ему? — У меня восемь рублей; но чтобы купить книгу, въ которой я теперь нуждаюсь, мнѣ надобно къ моимъ деньгамъ прибавить еще столько же. Что стоитъ книга? — Саша имѣетъ 7 листовъ бумаги. Если бы онъ имѣлъ 9 листами болѣе, то имѣлъ бы именно такую тетрадь, въ которой нуждается. Сколько листовъ должно быть въ его тетради? — Найти сумму двухъ чиселъ, 9 и 6! — Алексѣю теперь 9 лѣтъ. Если онъ проживетъ еще столько же, то ему будетъ столько лѣтъ, сколько теперь брату его Матвѣю. Какихъ лѣтъ Матвей? — За ту же самую вещь, за которую Иванъ заплатилъ 8 рублей, я далъ 5 рублями дороже. Сколько я далъ рублей? — У меня въ правой рукѣ 5 косточекъ, а въ лѣвой столько, сколько въ правой и сверхъ того 3 косточки. Много ли у меня въ обѣихъ рукахъ косточекъ? — Одно слагаемое число есть 7, другое 9, сколько будетъ единицъ въ суммѣ? — За нѣкоторымъ дѣломъ я проработалъ цѣлую недѣлю, и еще другую цѣлую недѣлю безъ одного дня. Сколько всего дней я проработалъ? — Ванѣ было семь лѣтъ, когда родился братъ его Петруша. Сколько будетъ лѣтъ Ванѣ, когда Петрушѣ исполнится 9 лѣтъ? —

Замѣтимъ, что практическія задачи не должно употреблять только при концѣ упражненія, какъ это здѣсь показано, но вмѣстѣ съ численными рядами. При рѣшеніи же задачъ не надобно строго требовать, какъ это дѣлалось при началѣ, чтобы ученики повторяли каждый разъ заданіе. Теперь гораздо важнѣе обратить вниманіе дѣтей на скорѣйшее отысканіе самаго вывода.

№ 13. ЧЕТВЕРТОЕ УПРАЖНЕНИЕ.

Вычитаніе или отнятіе по 2, 3, 4 и болѣе единицъ отъ чиселъ, которыя не превышаютъ числа 20.

Сложеніе и вычитаніе суть два одно другому противоположныя дѣйствія. Посредствомъ перваго числа *увеличиваются*, а посредствомъ втораго *уменьшаются*. Но не смотря на эту противоположность, между ними находится тѣсное соединеніе. Уменьшить одно число другимъ значить тоже, что опредѣлить сколько къ вычитаемому числу надобно прибавить единицъ, чтобы вышло уменьшаемое; отнять, напримѣръ, отъ 7 число 5, все тоже, что узнать, сколько единицъ надобно прибавить къ 5, чтобы получить 7. Эту взаимнообразность дѣйствій не должно выпускать изъ виду.

Вычитая каждое натуральное число изъ другаго которое заключается между 10 и 20-ю, получимъ слѣдующіе ряды:

10—1, 10—2, 10—3, 10—4, 10—5, 10—6, 10—7, 10—8, 10—9, 10—10
11—1, 11—2, 11—3, 11—4, 11—5, 11—6, 11—7, 11—8, 11—9, 11—10
12—1, 12—2, 12—3, 12—4, 12—5, 12—6, 12—7, 12—8, 12—9, 12—10

и т. д.

до 20—1, —2, —3, —4, —5, —6, —7, —8, —9, —10.

Преподающій достигаетъ цѣли этого упражненія или чрезъ приведенные здѣсь ряды, или посредствомъ различныхъ и постепенно изложенныхъ задачъ. Взявъ какое-нибудь число между 10 и 20 заставляетъ учениковъ вычитать изъ него каждое натуральное число, употребляя при этомъ случаи

какъ и сперва, черточки, точки и проч. Если бы требовалось, на примѣръ, отъ 11 вычесть по порядку всѣ числа отъ 1 до 10, то учитель, написавъ на доскѣ десять рядовъ черточекъ, въ каждомъ по 11, и переходя отъ одного къ другому, всякій разъ зачеркиваетъ столько черточекъ, сколько именно требуется отнять. Онъ приказываетъ дѣтямъ дѣлать тоже на своихъ доскахъ.

Въ слѣдствіе этого ученики будутъ говорить:
одинъ изъ одиннадцати равно десяти, два изъ одиннадцати равно десяти,

и т. д.

Тоже должно дѣлать и на оборотъ:
изъ 11 вычтя 1, остается 10;

— 12 — 1, 2 и проч. остается 11, 10 и проч.

Здѣсь учащіеся не встрѣтятъ ни малѣйшей трудности, потому что они увидятъ, что это только повтореніе упражненія № 4.

Самая большая трудность заключается при вычитаніи такихъ чиселъ, гдѣ число единицъ уменьшаемаго, за исключеніемъ десятка, менѣе числа единицъ вычитасмаго.

Вотъ примѣръ:

Никто имѣлъ 15 грушъ, изъ нихъ отдалъ другому 7. Сколько у него осталось?

Первый способъ рѣшенія. 15 состоитъ изъ 8 и 7, отнявъ 7, получаю въ остаткѣ 8.

Второй способъ рѣшенія. Отъ 15 долженъ я отнять 7; 15 состоитъ изъ 10 и 5, а 7 изъ 5 и 2. Отъ 15 отнявъ 5, получаю 10. Но надобно отнять не 5, а 7; поэтому отъ 10 отнимаю еще 2. Итакъ въ остаткѣ будетъ 8.

Еще примѣръ.

У. Я имѣлъ 16 рублей; 8 рублей употребилъ на книги, а 3 на бумагу. Сколько у меня осталось?

Д. У васъ осталось 5 рублей.

У. Какъ вы это нашли?

Д. Вы сначала имѣли 16 рублей; изъ этихъ денегъ вы издержали на книги 8 рублей; 16 безъ 8 остается 8. Но кромѣ этого вы купили еще на 3 рубля бумаги. Поэтому отъ 8 надобно отнять 3; 8 безъ 3 составляетъ 5.

У. Очень хорошо! Но кто изъ васъ желаетъ разрѣшить еще подобную задачу?

Непремѣнно большая часть дѣтей будетъ съ радостію на это напрашиваться.

У. Одна женщина вчера ходила на рынокъ съ 17 рублями; на 3 рубля она купила кофе, на 8 сахару, а на 6 муки. Сколько назадъ принесла съ собою денегъ?

Д. Ничего.

Учитель да не чуждается труда, проходя эти элементы подробно и основательно. Если онъ будетъ поступать такимъ образомъ, то достаточно однажды пройти здѣсь показанное; но если, напротивъ, станетъ проходить поверхностно, то 10 и болѣе разъ долженъ будетъ обращаться къ предыдущимъ упражненіямъ.

№ 14. ПЯТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Сравненіе чиселъ.

Это упражненіе находится въ связи съ предыдущимъ, и есть собственно часть его.

Изъ двухъ какихъ-либо данныхъ чиселъ, одно можетъ содержать въ себѣ столько же единицъ, сколько содержитъ въ себѣ и другое, и въ такомъ случаѣ *они равны между собою*; такъ: 5 и 5, 7 и 7 и проч. Или, одно число *болѣе* или *меньше* другаго, и это значить, что *они не равны между собою*; напр. 5 и 7, 9 и 3 и проч. Если даны два неравныя числа, то чрезъ вычитаніе меньшаго изъ большаго мы всегда узнаемъ, чѣмъ одно изъ нихъ болѣе другаго, или обратно. То число, которое показываетъ, чѣмъ одно изъ двухъ сравниваемыхъ чиселъ болѣе другаго, называется *разностію*. Поэтому каждая пара неравныхъ чиселъ имѣетъ какую либо разность, и двѣ, три и болѣе паръ имѣютъ одинакія разности, если въ каждой парѣ большее число на одинакое число единицъ превышаетъ меньшее. Напр. слѣдующія пары: 4 и 2, 9 и 7, 13 и 11 имѣютъ одинакія разности, а именно число 2.

У. (написавъ, напимѣръ, 5 черточекъ и подъ ними 3 черточки)

IIII
III

Одинакое-ли число черточекъ вверху и внизу?

Д. Нѣтъ! вверху двумя черточками болѣе.

У. Чѣмъ три черточки меньше пяти черточекъ?

Д. Тоже двумя.

У. Если отъ 5 черточекъ отнять 3, то сколько получится?

Д. Получится 2 черточки.

У. Сколько отъ пяти черточекъ надобно отнять, чтобы вышло три черточки?

Д. Двѣ черточки.

У. Сколько къ тремъ черточкамъ надобно прибавить, чтобы вышло 5 черточекъ?

Д. Двѣ черточки.

У. То число черточекъ, которое показываетъ чѣмъ 5 черточекъ болѣе 3, называется *разностью*. Какова разность между этими числами черточекъ?

Д. Разность составляетъ двѣ черточки.

У. Что должно сдѣлать съ разностью, чтобы меньшее число вышло равно большому?

Д. Разность должно прибавить къ меньшему числу.

Упражняя дѣтей въ отысканіи разностей другихъ какихъ-либо паръ чиселъ, наприм. 19 и 13 12 и 9 и проч., учитель наконецъ сообщаетъ имъ слѣдующія правила:

- 1) Изъ двухъ неравныхъ чиселъ одно всегда болѣе другаго.
- 2) Бѣльшее число всегда болѣе меньшаго на разность, которая заключается между ними.
- 3) Меньшее число менѣе бѣльшаго на столько, сколько единицъ въ разности.
- 4) Въ бѣльшемъ числѣ содержится меньшее число и разность.
- 5) Если отъ бѣльшаго числа отнять разность, то выйдетъ меньшее.
- 6) Если отъ бѣльшаго числа отнять менѣе, то останется разность.
- 7) Когда къ менѣшему числу прибавить разность, то выйдетъ бѣльшее.

Все это должно быть объяснено посредством наглядности и вопросовъ. Но если послѣ всѣхъ объясненій, дѣти все-таки будутъ затрудняться, то лучше отложить эти правила до другаго времени.

Приложенія къ предыдущимъ двумъ упражненіямъ.

Чѣмъ 12 болѣе 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 и 12? — Чѣмъ 5 менѣе 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5? — Отъ какого числа надобно отнять 6, чтобы получить въ остаткѣ 9? — Куплено было 16 мѣшковъ муки; изъ нихъ въ теченіе мѣсяца употреблено 7. Сколько осталось? — Изъ 17 задачъ, Иванъ не разрѣшилъ 8. Сколько же отъ разрѣшилъ? — Егоръ купилъ 14 листовъ бумаги, и сдѣлалъ для себя двѣ тетради, одну въ 5 листовъ, а другую въ 4. Сколько у него осталось еще бумаги? — Въ теченіе 18 дней было 9 праздниковъ. Сколько было будничныхъ или рабочихъ дней? — Изъ 13 куръ 7 заколото. Много ли осталось? — Одинъ слуга получилъ сперва 9 рублей, и потѣмъ еще столько же. Изъ этихъ денегъ онъ издержалъ на одной недѣлѣ 5, а на другой 3 рублями болѣе. Сколько у него осталось? — Иванъ говоритъ, что онъ въ продолженіе двухъ недѣль, исключая воскресныхъ дней, работалъ 16 дней; правда ли это? — Много ли всего дней онъ могъ работать? — 7 и 2 чѣмъ менѣе 5 и 9? — Два числа вмѣстѣ составляютъ 11, одно есть 6; какъ велико другое? — Бѣльшее число 18, меньшее 9; чему равна разность?

Разность между данными числами есть 8, а меньшее 6. Сколько единицъ въ большемъ? — Разность съ меньшимъ числомъ составляютъ вмѣстѣ 14; меньшее есть 9. Какъ велика разность? — Разность, равная меньшему числу, составляетъ 7. Много ли единицъ въ большемъ? — У меня въ обоихъ карманахъ находится по неравному числу рублей: въ одномъ 10, а въ другомъ въ половину менѣе. Сколько въ обоихъ?

№ 15. ШЕСТОЕ УПРАЖНЕНИЕ.

*Дальнѣйшее сложеніе чиселъ отъ
1 до 100.*

Послѣ сказаннаго относительно сложенія чиселъ отъ 1 до 20, это упражненіе, какъ продолженіе предыдущаго, не представитъ никакой трудности. Важнѣе всего теперь, чтобы ученики привыкли смотрѣть на десятокъ какъ на единицу высшаго рода. Пусть по таблицѣ № 1, они складываютъ сперва десятки съ десятками, потомъ къ числамъ, выражающимъ одни десятки, прикладываютъ единицы, и, наконецъ, къ числамъ, которыя состоятъ изъ десятковъ и единицъ, прибавляютъ числа того же рода.

Первый отдѣлъ.

Учит. (показывая на кѣтки нижняго горизонтальнаго ряда).

Здѣсь *десять разъ одинъ или одинъ разъ десять или одинъ десятокъ.*

Тутъ *десять разъ одинъ и еще десять разъ одинъ или два раза десять разъ одинъ или двадцать разъ одинъ, или одинъ разъ двадцать.*

и т. д.

Или:

Здѣсь *два раза десять или одинъ разъ двадцать, а тутъ три раза десять или одинъ разъ тридцать; два раза десять и три раза десять суть пять разъ десять или одинъ разъ пятьдесятъ, или пять разъ десять или пятьдесятъ и т. д.*

Примѣненія. Сколько пальцевъ на обѣихъ рукахъ у каждаго изъ васъ? — Сколько пальцевъ на обѣихъ рукахъ у трехъ

человѣкъ? — А у пяти? Сколько у девяти человѣкъ? — Сосчитайте двадцать страницъ этой книги, и еще столько же, и потомъ узнайте, много ли будетъ всего страницъ и проч.

Пройдя этотъ отдѣлъ по таблицѣ и убѣдясь, что ученики твердо заучили его, учитель тотчасъ обращается къ циферному письму, съ соблюденіемъ знаковъ, которые были прежде показаны (Смот. № 8).

Ученики по его приказанію пишутъ:

$10+10=20$; $10+20=30$; $10+30=40$; $10+40=50$, и проч.

Или:

$10+10=20$; $20+10=30$; $30+10=40$; $40+10=50$, и проч.

Или:

$20+30=50$; $30+40=70$; $40+50=90$; $50+50=100$.

Или:

$10 \times 1+10 \times 1=20 \times 1=20$; $1 \times 10+1 \times 10=1 \times 20=20$;
 $10 \times 1+20 \times 1=30 \times 1=30$; $1 \times 10+1 \times 20=1 \times 30=30$;
 $10 \times 1+30 \times 1=40 \times 1=40$; $1 \times 10+1 \times 30=1 \times 40=40$;

и т. д.

и т. д.

Второй отдѣлъ.

Учитель проходить означенные здѣсь ряды сперва также по таблицѣ, а потомъ цифрами:

$10 \times 1+11 \times 1=21 \times 1=21$; $10 \times 1+12 \times 1=22 \times 1=22$, и проч.
 до $10 \times 1+89 \times 1=99 \times 1=99$.

$20 \times 1+11 \times 1=31 \times 1=31$; $20 \times 1+12 \times 1=32 \times 1=32$ и т. д. до $+79$.

30 съ 11, 12.....+69.

40 съ 11, 12.....+59.

50 съ 11, 12.....+49.

и т. д.

Или:

$60+27=87$; потому что $60+20=80$, $80+7=87$.

$40+58=98$; потому что $40+50=90$, $90+8=98$.

и т. д.

Въ слѣдствіе примѣненій, которыя дѣлали въ предыдущихъ упражненіяхъ, не помѣщаемъ здѣсь задачъ, которыя непрерывно должны входить въ упражненіе.

Третій отдѣлъ.

При нахожденіи суммъ слагаемыхъ, которыя состоятъ изъ десятковъ и единицъ, наблюдается тотъ же постепенный ходъ дѣйствія. Но какъ такіа слагаемыя составляютъ самую трудную часть сложенія, то при рѣшеніяхъ учитель долженъ чаще останавливаться, требуя каждый разъ отъ учениковъ подробныхъ и отчетистыхъ доказательствъ.

Вотъ примѣры:

Сколько составляетъ 45 и 37?

Учен. 82; потому что 45 состоитъ изъ 40 и 5, 37 изъ 30 и 7; $40 + 30 = 70$; $5 + 7 = 12$, или все тоже, что 10 и 2; 70 и 10 составляютъ 80, а 80 и 2, 82.

Учит. Съ одной яблони моего сада я получилъ 48 яблоковъ, а съ другой только 14. Сколько я получилъ яблоковъ съ обѣихъ яблонь?

Учен. Съ обѣихъ яблонь вы получили 62 яблока. Потому что 48 состоитъ изъ 4 десятковъ и 8 единицъ; 12 состоитъ изъ 1 десятка и 2 единицъ; 4 десятка и 1 десятокъ равны 5 десяткамъ; 8 единицъ и 4 все тоже, что 1 десятокъ и 2 единицы, 5 десятковъ и 1 десятокъ составляютъ 60; 60 и 2, 62.

Вотъ къ какому роду цифернаго письма должно приучать дѣтей:

$48 + 14 = 62$; потому что $48 = 40 + 8$, $14 = 10 + 4$; $40 + 10 = 50$; $8 + 4 = 12$; $12 = 10 + 2$; $50 + 10 = 60$, $60 + 2 = 62$.

Когда этимъ способомъ дѣти научатся легко складывать, тогда можно приступать къ сокращеннымъ рѣшеніямъ.

Учит. Сколько составляет 36 и 58?

Учен. 94.

Учит. Будемъ теперь скорѣе складывать.

Учен. 30 и 50 составляютъ 80; 6 и 8 = 14;
80 и 14 = 94.

Самыхъ слабыхъ изъ вашихъ учениковъ советуемъ сначала упражнять по таблицъ въ составленіи различныхъ численныхъ рядовъ, прибавляя сперва къ какому-нибудь числу всякій разъ по 2, потомъ по 3, 4, 5 и т. д.

Вотъ каковы могутъ быть эти послѣдовательные ряды:

а) 2 и 2, 4; 4 и 2, 6; 6 и 2, 8; 8 и 2, 10;
10 и 2, 12; 12 и 2, 14; 14 и 2, 16; 16 и
2, 18, и т. д. до 98 и 2, 100.

б) 3 и 3, 6; 6 и 3, 9; 9 и 3, 12, и т. д. до 99.

Или:

в) 1 и 2, 3; 2 и 2, 4; 3 и 2, 5, и т. д.

д) (появъ какое-либо число, напримѣръ 7, придавать къ получаемымъ суммамъ всякій разъ другое какое-нибудь число, напр. 8).

7 и 8, 15; 15 и 8, 23; 23 и 8, 31, и т. д.

е) (или къ одному и тому же числу прибавлять по порядку числа 1, 2, 3 и проч.)

6 и 1, 7; 6 и 2, 8; 6 и 3, 9; 6 и 4, 10, и т. д.

Примѣненіе.

Задача. Нѣкто купилъ лошадь и овцу. За лошадь онъ заплатилъ 75 руб., а за овцу 14 руб. Что стоить лошадь и овца вмѣстѣ?

Отвѣтъ. 89 руб.; потому что $75 = 70 + 5$; $14 = 10 + 4$;
 $70 + 10 = 80$, $5 + 4 = 9$; $80 + 9 = 89$.

З. Иванъ имѣлъ 45 руб.; спустя нѣсколько времени получилъ еще 47 руб. Сколько теперь онъ всего имѣетъ?

О. 92 рубля.

З. За хорошее прилежаніе получили: Антонъ 6 листовъ бумаги, братъ его Сергѣй 8 листовъ, а сестра ихъ Катенька 7 листовъ. Сколько всѣ трое получили?

О. 21.

З. Платонъ набираетъ насѣкомыхъ. У него уже собрано: 8 пауковъ, 6 жуковъ, 4 мотылька и еще 5 другихъ насѣкомыхъ. Много ли всего онъ собралъ?

О. 23.

З. У Петруши въ его маленькомъ саду посажено: 5 гвоздикъ, 9 розъ, 8 гіацинтовъ и 11 тюльпановъ. Сколько у него посажено всего цвѣтовъ?

О. 33.

З. Въ одномъ классѣ считалось 78 мальчиковъ; туда вновь поступило 16. Сколько теперь тамъ всего?

О. 94.

З. Бабушкѣ Антона 60 лѣтъ отъ роду, а дѣдушка его 12-ю годами старше бабушки. Сколько лѣтъ дѣдушкѣ?

О. 72.

З. Узнайте, сколько книгъ у Петра и Ивана вмѣстѣ, если у перваго 18, а у втораго только 9.

О. 27.

З. Нѣкто занималъ у своего пріятеля деньги. Онъ въ число долга своего заплатилъ займодавцу 14 руб., и на немъ еще осталось 39 руб. Сколько онъ занималъ?

О. 53.

З. Слуга Кузьма получилъ за работу въ Январѣ 13 руб., въ Февралѣ 14 руб., въ Мартѣ 15 руб. и въ Апрѣлѣ 16 руб. Сколько онъ получилъ во всѣ четыре мѣсяца?

О. 58.

З. Андрею чрезъ 17 лѣтъ будетъ столько же лѣтъ, сколько его брату. Который годъ его брату, если Андрею 14 лѣтъ?

О. 31.

З. Изъ 3 чиселъ первое равно 25, второе 16, а третье первымъ двумъ, вмѣстѣ взятымъ. Какъ велика вся сумма?

О. 82.

3. У одного отца три сына: старшему 17 лѣтъ, второму 15, а третьему 9. Какъ старъ самъ отецъ, если его лѣта превосходятъ 3 годами лѣта всѣхъ его сыновей, вмѣстѣ взятыхъ?

О. 44.

3. Когда у Макара родился сынъ, то Макару было 36 лѣтъ. Сынъ его прожилъ на свѣтѣ 39 лѣтъ. Какихъ лѣтъ былъ Макарь, когда умеръ сынъ его?

О. 75.

При концѣ упражненія должно показать ученикамъ и тотъ способъ письменнаго сложенія, гдѣ числа располагаются въ одной вертикальной строкѣ, и замѣтить имъ, какія изъ нихъ называются *слагаемыми*, и что такое *сумма* или *итогъ*.

Напримѣръ: $49 + 7$ выразится такъ:

$$\begin{array}{r} 49 \\ 7 \\ \hline 56 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{слагаемыя.} \\ \\ \text{сумма или итогъ.} \end{array}$$

Ученикъ говоритъ: $9 + 7 = 16$; 16 состоитъ изъ 1 десятка и 6 единицъ; 6 единицъ пишу подъ единицами, а 1 десятокъ прикладываю къ 4 д.; 4 д. и 1 д. составляютъ 5 десятковъ. Пишу цифру 5 съ лѣвой стороны цифры 6.

При этомъ случаѣ не худо замѣтить, что можно начинать складывать сверху внизъ, и обратно; можно также начинать съ десятковъ и отъ нихъ переходить къ единицамъ, и тогда будетъ такъ:

$$\begin{array}{r} 28 \\ 47 \\ \hline 60 \\ 15 \\ \hline 75 \end{array}$$

Но этотъ пріемъ показываетъ преимущество перваго, въ которомъ начинаютъ складывать отъ правой руки къ лѣвой.

Примѣры, постепенно расположенные:

а) 30	б) 25	в) 17
40	30	19
20	10	15
<u>90.</u>	<u>65.</u>	29
		19
		<u>99.</u>

Правило. Сперва слагаются единицы. Если чрезъ сложение ихъ получится десятокъ или десятки, то вводятъ ихъ въ рядъ десятковъ, которые также между собою слагаются.

№ 16. СЕДЬМОЕ УПРАЖНЕНИЕ.

О вычитаніи чиселъ, гдѣ уменьшаемыя не превосходятъ 99.

Это упражненіе есть продолженіе № 13 и составляетъ также обратный ходъ дѣйствія предыдущаго.

Покажемъ здѣсь различныя приемы, которыми можетъ руководствоваться учитель при изученіи этого ариѳметическаго дѣйствія.

1.-й Приемъ. Изъ сложныхъ чиселъ вычитаются первыя девять натуральныхъ чиселъ.

а) 2 изъ 22, 23 и т. д. до 29;	б) 2 изъ 32, 33 и т. д. до 39,
3 — 23, 24	3 — 33
4 — 24, 25	4 — 34
5 — 25, 26	5 — 35
6 — 26	6 — 36
7 — 27, 28, 29;	7 — 37
8 — 28, 29;	8 — 38
9 — 29;	9 — 39.

и т. д.

а) 2 изъ 42, 43 и т. д. до 49,	г) 2 изъ 52, 53 и т. д. до 59,
3 — 43	3 — 53
4 — 44	4 — 54
5 — 45	5 — 55
6 — 46	6 — 56
7 — 47	7 — 57
8 — 48	8 — 58
9 — 49	9 — 59

и т. д.

II-й Пріемъ. Изъ сложныхъ чиселъ вычитаются первыя девять чиселъ; но здѣсь та разница, что вычитаемыя единицы больше уменьшаемыхъ единицъ, за исключеніемъ десятковъ.

а) Вычитаются числа отъ 1 до 9 изъ 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.
б) — — 2 — 9 — 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91.
в) — — 3 — 9 — 12, 22, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92.
г) — — 4 — 9 — 13, 23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93.
д) — — 5 — 9 — 14, 24, 34, 44, 54, 64, 74, 84, 94.
е) — — 6 — 9 — 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95.
ж) — — 7 — 9 — 16, 26, 36, 46, 56, 66, 76, 86, 96.
з) — — 8 — 9 — 17, 27, 37, 47, 57, 67, 77, 87, 97.
и) — — 9 — 18, 28, 38, 48, 58, 68, 78, 88, 98.

Ходъ рѣшеній этихъ задачъ уже извѣстенъ изъ предыдущихъ упражненій. Впрочемъ покажемъ примѣры.

- 1) 7 отъ 45=36; потому что $7=3+4$; 3 отъ 45=40, $40=4=36$.
 2) 6 — 25=19; — — $6=3+3$; 3 отъ 25=20, $20=1=19$.
 3) 56 — 9=27; — — 10 отъ 36=26; $26+1=27$.
 или $9=6+3$; $56-6=50$, $50-3=27$.

Если должно вычесть 7, 8 или 9, то лучше сперва вычесть 10, а потомъ къ остатку прибавить при 7 единицахъ 3 единицы, при 8—2, при 9—1, т. е. тѣ единицы, сколько было вычтено болѣе, нежели слѣдовало, должно прибавить къ остатку. $35-7=28$; потому что $35-10=25$, $25+3=28$ и проч.

Другой способъ рѣшенія.

$35 - 7 = 28$; $35 = 30 + 5$ или 3 дес. $+ 5$ един. 7 изъ 5 вычестъ не лзя; поэтому отъ 3 десятковъ беру одинъ десятокъ, привожу его въ единицы и прикладываю ихъ къ 5, отъ чего и получаю 15 единицъ. 7 изъ 15 даюгъ въ остаткъ 8. По вычитаніи одного десятка отъ 3 десятковъ, осталось 2 десятка или 20 един.; $20 - 8 = 12$. Этотъ способъ ршенія болѣе прочихъ затруднителенъ для дѣтей.

III - й Пріемъ. Вычитаніе большими рядами.

а) Каждое натуральное число вычитаютъ изъ другихъ чиселъ до 100 въ слѣдующемъ видѣ:

2 изъ 2 $= 0$; 2 изъ 3 $= 1$; 2 изъ 4 $= 2$; 2 изъ 5 $= 3$
 2 изъ 6 $= 4$; 2 изъ 7 $= 5$; 2 изъ 8 $= 6$; 2 изъ 9 $= 7$,
 2 изъ 10 $= 8$; 2 изъ 11 $= 9$; 2 изъ 12 $= 10$; 2
 изъ 13 $= 11$; 2 изъ 14 $= 12$; и т. д. до 2 изъ 100 $= 98$.

Или обратно:

100 безъ 2 $= 98$; 99 безъ 2 $= 97$; 98 безъ 2 $= 96$,
 97 безъ 2 $= 95$; 96 безъ 2 $= 94$; 95 безъ 2 $= 93$,
 94 безъ 2 $= 92$; 93 безъ 2 $= 91$; 92 безъ 2 $= 90$,
 91 безъ 2 $= 89$; 90 безъ 2 $= 88$; и т. д. до 2
 безъ 2 $= 0$.

Такимъ же образомъ должно поступать и съ другими натуральными числами отъ 3 до 9, начиная вычитать 3 изъ 3, 4 изъ 4 и т. д.

б) Вычитаютъ каждое натуральное число изъ самаго большаго числа и то же число изъ остатка, и такъ далѣе до самаго меньшаго числа; напр.

2 изъ 100 $= 98$; 2 изъ 98 $= 96$; 2 изъ 96 $= 94$;
 2 изъ 94 $= 92$, 2 изъ 92 $= 90$; 2 изъ 90 $= 88$,
 2 изъ 88 $= 86$; 2 изъ 86 $= 84$; 2 изъ 84 $= 82$;
 и т. д. до 2 изъ 2 $= 0$.

Или:

$100 - 2 = 98$; $98 - 2 = 96$; $96 - 2 = 94$; $94 - 2 = 92$ и т. д.

с) Также вычитаютъ въ видѣ рядовъ два разныя числа, напр. 3 и 4, попеременно.

100 безъ 3 $= 97$; 97 безъ 4 $= 93$; 93 безъ 5 $= 90$; 90 безъ 4 $= 86$; 86 безъ 3 $= 83$; 83 безъ 4 $= 79$ и т. д.

Или, не означая даже остатковъ:

100, 97, 93, 90, 86, 83, 79 и т. д.

При составленіи этихъ рядовъ можно записывать вдругъ или двухъ учениковъ или цѣлый классъ, раздѣленный на 2 отдѣленія, такъ чтобъ одинъ всякій разъ вычитали напримѣръ, по 3, а другіе по 4. Такое преподаваніе весьма пріятно дѣтямъ.

При вычитаніи сложныхъ чиселъ изъ сложныхъ наблюдается та же постепенность.

IV - й Пріемъ. Круглыя числа вычитаются изъ круглыхъ.

10 изъ 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100.

20 — 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100.

30 — 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100.

40 — 50, 60, 70, 80, 90, 100.

50 — 60, 70, 80, 90, 100.

60 — 70, 80, 90, 100.

70 — 80, 90, 100.

80 — 90, 100.

90 — 100.

а) Предлагаютъ вопросы, напримѣръ: что будетъ, если отъ 70 взять 30? — А отъ 80, 40? и т. д.

б) Упражняютъ учениковъ при помощи рядовъ, какъ показано выше.

V - й Пріемъ. Круглыя числа вычитаются изъ сложныхъ.

10 изъ 11, 12, 15, 14, 15, 16 и т. д. до 99.

20 — 21, 22, 23, 24, 25, 26, — — —

30 — 31, 32, 33, 34, 35, 36, — — —

и т. д. до 90 изъ 91, 92 и проч.

И здѣсь упражняютъ при помощи вопросовъ и рядовъ, съ рѣшеніями и безъ нихъ. Напр.

20 изъ 36 = 16; потому что 20 изъ 30 — 10, $10 + 6 = 16$.

75 безъ 40 — 35; — — 70 безъ 40 — 30, $30 + 5 = 35$

VI-й *Пріемъ. Сложныя числа изъ сложныхъ.*

Здѣсь уже болѣе надобно занимать дѣтей вопросами и задачами, нежели рядами.

Примѣры:

а) *Не зная единичъ у десятковъ.*

12 изъ 13 = 1; 24 изъ 29 = 5; 55 изъ 58; 46 изъ 96; 51 изъ 58; 15 изъ 36; 57 безъ 22; 78 безъ 33 и т. д.

б) *Зная у десятковъ единицы.*

21 безъ 12; 24 изъ 33, 36 изъ 44 и т. д.

Это разрѣшаютъ такъ:

1) 12 изъ 21 = 9, потому что 10 изъ 21 = 11, 2 изъ 11 = 9.

2) 24 изъ 33 = 9; потому что 20 изъ 33 = 13, 4 изъ 13 = 9.

3) 44 — 36 = 8; 44 — 30 = 14, $14 - 6 = 8$.

Другимъ способомъ:

$92 - 47 = 45$; потому что $47 = 4$ дес. и 7 един.; $92 = 9$ дес. + 2 ед.; 4 дес. изъ 9 дес. = 5 дес. 7 единицъ изъ 2 ед. нельзя вычесть; занимаемъ отъ 5 оставшихся десятковъ 1 дес. (поэтому останется 4 д.), приводимъ его въ единицы, а именно въ 10 ед., прикладываемъ ихъ къ 2 и получаемъ 12; 7 изъ 12 = 5. 4 дес. + 5 един. = 45 единицамъ.

VII - й *Приемъ. Сравненіе чиселъ.* (Этотъ приемъ есть продолженіе № 14).

Вотъ нѣсколько вопросовъ, которые сюда относятся:

- 1) Назовите два равныя (одинакія) числа! (12 и 12).
- 2) Назовите два неравныя (неодинакія) числа! (12 и 17).
- 3) Назовите два числа, изъ которыхъ первое болѣе втораго! (18 и 11).
- 4) Назовите два числа, изъ которыхъ первое было бы менѣе втораго! (12 и 16).
- 5) Наименуйте числа, изъ которыхъ одно было бы болѣе (или менѣе) другаго 2-мя (также 3, 4, 5, 6 и т. д.)! (2 и 4, 4 и 6, 40 и 42)

При этомъ случаѣ учитель замѣчаетъ дѣтямъ, что они должны представить въ умѣ своемъ какое-либо число и къ нему прибавить требуемое: тогда и получатся два числа, которыя будутъ разнствовать между собою на это требуемое число. Если, напримѣръ, задумано 16, то прибавая къ нему 3, получимъ другое число 19. Въ слѣдствіе этого дѣтя получатъ оба требуемыхъ числа, 16 и 19.

- 6) Какое число болѣе 17 (25, 27, 43 и проч.) 2-мя (3, 4, 6, 19, 33 и проч.)?

Здѣсь ученики такимъ же образомъ складываютъ разность съ даннымъ числомъ, и получаютъ требуемое.

- 7) Какое число менѣе 35 (49, 57 и проч.) 3-мя (5, 9 и пр.)?
- 8) Чѣмъ каждое изъ слѣдующихъ паръ чиселъ болѣе или менѣе другаго: 8 и 17, 14 и 29, 44 и 87 и т. д.

- 9) Назовите нѣсколько паръ чиселъ, которыя имѣли бы одинаковую разность! ($4 \overset{+}{-} 6 = 5 \overset{+}{-} 7$).

- 10) Составьте изъ слѣдующихъ четырехъ чиселъ: 2, 8, 9 и 3, двѣ пары, которыя имѣли бы одинаковую разность! ($8 \overset{1}{\div} 2 = 9 \overset{6}{\div} 3$).
- 11) Составьте изъ слѣдующей пары чиселъ: 17 и 14 новую пару, которая имѣла бы ту же самую разность!

Ученики къ обоимъ даннымъ числамъ прибавляютъ какое-нибудь одно число, напр. 4, и получаютъ 21 и 18.

- 12) Назовите нѣсколько паръ чиселъ, которыхъ разность равна 9 (8, 5, 7, 13, 45 и проч.)!
- ($2 \div 11 = 15 \div 24$; $16 \overset{9}{\div} 7 = 29 \overset{9}{\div} 20$).

Наконецъ дѣло учителя покороче ознакомить учениковъ съ обыкновенными приемами цифернаго письма. Здѣсь наблюдается тотъ же порядокъ, какъ и при сложеніи, т. е. поступаютъ двояко: 1) или уменьшаемое съ вычитаемымъ ставятъ въ одной горизонтальной строкѣ, раздѣля ихъ знакомъ вычитанія (—), и потѣмъ послѣ знака равенства (=) въ той же строкѣ ставятъ остатокъ; напр.

$$17 - 9 = 8, \text{ т. е. } 9 \text{ изъ } 17 = 8.$$

$$94 - 32 = 62$$

и проч.

2) Или мѣньшее число ставятъ подъ бѣльшимъ, проводятъ черту, и подъ нею пишутъ остатокъ; напр.

$$\begin{array}{r} 98 \\ 76 \\ \hline 22 \end{array}$$

Ученикъ говоритъ: 6 единицъ изъ 8 един. = 2 един.; пишу 2 за чертою въ рядѣ единицъ. 7 десят. изъ 9 десят. = 2 десят.; пишу за чертою въ рядѣ десятковъ цифру 2. Все вмѣстѣ составляетъ 22 единицы.

Также надобно познакомить учениковъ съ названіями *уменьшаемое число* и *вычитаемое число*. О разности или остаткѣ они уже имѣютъ понятіе. (см. № 15). То число, изъ котораго вычитается другое, именуется обыкновенно *уменьшаемымъ*, потому, что чрезъ вычитаніе оно должно уменьшиться; а то, которое вычитаютъ — *вычитаемымъ*.

Чтобы эти названія утвердились въ памяти ученика, надобно чаще о нихъ напоминать.

Необходимо также замѣтить, что въ томъ случаѣ, когда у десятковъ уменьшаемаго числа приходится занимать одинъ десятокъ, ставятъ подлѣ нихъ точку, которая и показываетъ, что число десятковъ должно читать числомъ, уменьшеннымъ единицею противъ настоящаго.

Примѣръ.

83 уменьшаемое.

49 вычитаемое.

34 разность или остатокъ.

Ученикъ говоритъ: 9 едн. изъ 3 едн. вычесть нельзя, занимаю отъ десятковъ 1 дес. и, приведя его въ единицы, прилягаю къ 3: $10 + 3 = 13$, 9 изъ 13 = 4. По отнятіи одного десятка осталось 7 десятковъ; $7 - 4 = 3$. Но чтобы показать, что отъ 8 десятковъ отнять 1 десят., ставлю подлѣ 8 точку.

Не худо познакомить дѣтей и съ употребленіемъ знаковъ: $>$ (болѣе) и $<$ (менѣе). Такъ напр. $5 > 3$ и $9 < 13$.

Примѣненія.

Задачи. Часъ имѣетъ 60 минутъ. Если прошло уже четверть часа или 15 минутъ; то сколько минутъ остается до слѣдующаго часа? — 45.

3. Нѣкто долженъ 58 рублей, и въ число своего долга заплатилъ 16 рублей. Много ли еще на немъ долгу? — 42.

З. Николай купилъ 26 листовъ бумаги, изъ нихъ отдалъ брату своему 11. Сколько оставилъ у себя? — 15.

З. Чѣмъ число 13 меньше числа 57? — 24

Сколько къ 49 надобно прибавить, чтобы вышло 72? — 23.

З. Сколько отъ 84 надобно отнять, чтобы въ остаткѣ вышло 36? — 48.

З. Нѣкто нанялся въ работу на 75 дней. Если онъ проработалъ 48 дней, то сколько времени ему остается до срока? — 27.

З. Если братъ Ивана проживетъ еще 19 лѣтъ, то ему будетъ столько же лѣтъ, сколько Ивану, которому теперь 46 лѣтъ. Который годъ брату Ивана? — 27.

З. Найти число, къ которому должно прибавить 28, чтобы получить 73! — 45.

З. Дядя подарилъ двумъ маленькимъ своимъ племянникамъ 92 вишни, старшему досталось 67, сколько же младшему? — 25.

З. Число 12 составляетъ разность какихъ двухъ чиселъ?

З. Когда получимъ 29 въ остаткѣ?

Найдите два числа, которыхъ разность была бы равна разности между 25 и 29?

Девятнадцать да еще какое число даютъ число 50? — 11

Сложеніе и вычитаніе вѣсть.

Какимъ числомъ $18 + 5$ больше 9? — 14.

Чему равно 28 безъ 7, сложенное съ 9? — 30.

Чѣмъ сумма чиселъ $12 + 7$ больше 14? — 5.

Чѣмъ 25 безъ 9 меньше 38? — 22.

Отъ разности между числами 26 и 39 отнимите 8! — 5

Если къ разности между 24 и 36 прибавимъ еще 15, то сколько получимъ? — 27.

Чему равна сумма $49 + 8$ безъ разности между числами 3 и 12? — 48.

Сумма чиселъ 49 и 8 безъ разности между 3 и 12, больше какого числа 5 единицами? — 43.

Сколько получимъ, если разность между 16 и 30 уменьшимъ 6 единицами, а остатокъ увеличимъ 25 единицами? — 53.

Если отъ бѣльшаго изъ двухъ данныхъ чиселъ, 36 и 42, отнимемъ 12, а къ меньшему прибавимъ 22, то какая получится сумма отъ сложения этихъ новыхъ чиселъ? — 88.

Изъ 83 рублей нѣкто заплатилъ за квартиру 15, за дрова 9 и слугъ 12. Много ли у него осталось? — 47.

Въ одной школѣ по списку состоитъ 43 мальчика и 45 дѣвочекъ; на лицо въ школѣ только 37 мальчиковъ и 39 дѣвочекъ. Много ли недостасть всего дѣтей? — 12.

Уменьшаемое можно разложить на два числа, 14 и 19, вычитаемое также можно разложить на 7 и 15. Чему равенъ остатокъ? — 11.

Уменьшаемое есть сумма слѣдующихъ трехъ чиселъ: 27, 18 и 6, а вычитаемое четырехъ: 7, 8, 9 и 10. Сколько единицъ въ остаткѣ? — 17.

Въ остаткѣ 55 безъ 16, а въ уменьшаемомъ 55 + 16. Сколько было въ вычитаемомъ? — 32.

Изъ трехъ слагаемыхъ чиселъ первое составляетъ 28, а второе $3\frac{1}{4}$; вся же сумма равна 99. Чему равно третье слагаемое число? — 37.

Найти пару чиселъ, которыхъ разность была бы равна 45!

Найти три пары чиселъ, которыхъ разности были бы одинаки!

Если бы я имѣлъ долгу 28-ю рублями болѣе, нежели сколько имѣю, то 50 руб. безъ 11 руб. было бы достаточно для уплаты всего моего долга. Сколько же я долженъ? — 11.

№ 17. ВОСЬМОЕ УПРАЖНЕНИЕ.

Дальнѣйшее разложеніе чиселъ отъ 1 до 100.

Это упражненіе есть продолженіе № 5.

Разлагать числа на составныя ихъ части (на

двѣ, на три и т. д.) есть занятіе чрезвычайно полезное. Но не возможно, и даже не есть необходимость, при такомъ множествѣ чиселъ непременно перебрать всѣ случаи разложенія. Ограничимся здѣсь однимъ только примѣромъ, и посоветуемъ учителю обратить на это упражненіе свое особое вниманіе: оно какъ бы дополняетъ предыдущіе нумера. И дѣйствительно, если ученикъ умѣетъ разлагать числа, то не можетъ уже загроудниться при вычитаніи и сложеніи.

$$\begin{array}{lll}
 15 = 14 + 1, & 15 = 12 + 2 + 1, & 15 = 10 + 1 + 2 + 2, \\
 13 + 2, & 11 + 2 + 2, & 9 + 1 + 2 + 3, \\
 12 + 3, & 10 + 2 + 3, & 8 + 1 + 2 + 4, \\
 11 + 4, & 9 + 2 + 4, & 7 + 1 + 2 + 5, \\
 10 + 5, & 8 + 2 + 5, & 6 + 1 + 3 + 5, \\
 9 + 6, & 7 + 2 + 6, & 5 + 1 + 4 + 5, \\
 8 + 7, & 6 + 2 + 7, & 4 + 1 + 3 + 7, \\
 7 + 8, & 5 + 2 + 8, & 3 + 1 + 6 + 5, \\
 6 + 9, & 4 + 2 + 9, & 2 + 1 + 4 + 8. \\
 5 + 10, & 3 + 2 + 10, & \\
 4 + 11, & 2 + 2 + 11, & \\
 3 + 12, & \text{и т. д.} & \\
 & \text{и т. д.} &
 \end{array}$$

Послѣ этого слѣдуютъ примѣненія.

Назовите два неравныхъ числа, изъ которыхъ можно составить 18 (12, 25, 37 и проч.)!

Число 25 состоитъ изъ 12, 4 и еще изъ какого третьяго числа?

Наименуйте четыре числа, изъ которыхъ можно составить 30, и чтобы два изъ нихъ были равныя между собою, а другія два неравныя!

Наименуйте пять неравныхъ чиселъ, изъ которыхъ можно составить число 50!

Такія задачи служатъ болѣе для занятій учениковъ въ школы, т. е. дома. Учитель располагаетъ условія, по ко-

торымъ должно произвести разложене, сообразно степенямъ успѣховъ своихъ учениковъ. самымъ способнымъ дать болѣ трудныя задачи, а слабымъ — легкія. Этого правила долженъ онъ держаться во всякомъ случаѣ.

№ 18. ДЕВЯТОЕ УПРАЖНЕНИЕ.

Разностороннее разсматриваніе числа.

Это упражненіе есть окончательный выводъ изъ предыдущихъ (отъ 10-го по 18-ое). Объяснимъ примѣромъ, въ чемъ оно состоитъ. Положимъ, число 24 должно разсмотреть съ разныхъ точекъ зрѣнія.

Вопросы.

- 1) Къ какому ряду десятковъ принадлежитъ число 24? — (къ 3-му).
- 2) Которое оно число въ этомъ ряду? — (5-е).
- 3) Которое число ему предшествуетъ? — (23).
- 4) Которое послѣ него? — (25).
- 5) Разложите его на десятки и единицы! — (2 д. и 4 ед.).
- 6) Какимъ другимъ образомъ можетъ составиться 24?
(Если сложимъ 1 съ 23, 2 съ 22, 3 съ 21, 4 съ 20, 5 съ 19 и т. д.).
- 7) Изъ какихъ трехъ чиселъ можетъ состоять 24? — (15, 5 и 4).
- 8) Какія три равныя числа составляютъ его? — (8 + 8 + 8).
- 9) Какія четыре равныя числа составляютъ 24? (6 + 6 + 6 + 6).

- 10) А какія шесть? — $(4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4)$.
- 11) А какія восемь? — $(3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3)$.
- 12) А какія двѣнадцать? $(2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2)$.
- 13) Какія два числа, вычтенныя одно изъ другаго, составятъ 24? (6 и 30, 12 и 36 и проч.).
- 14) Какъ надлежитъ поступить, если я хочу 24 увеличить?
Отв. Должно сложить его съ какимъ-нибудь другимъ числомъ. — Сложите!
- 15) Какъ же уменьшить? — (вычитая изъ него меньшее число).
- 16) Какія числа могутъ быть вычитаемы изъ 24? —
(Отв. отъ 1 до 24).
- 17) Когда остатокъ будетъ больше, и когда меньше?
- 18) Сколько должно приложить къ 24, чтобы получить 49, 50, 72 и проч.? —
- 19) Сколько надлежитъ отнять отъ 24, чтобы получить 12, 16, 4, 9 и проч.? —
- 20) Какъ составить два равныя числа изъ слѣдующихъ двухъ чиселъ, 18 и 6, которыхъ сумма равна 24? — (отъ перваго числа отниму 6 и прибавлю ко второму).
- 21) Какія неравныя числа можете получить изъ 12 и 12, которыхъ сумма была бы равна 24? —

Столь полезное упражненіе для развитія умственныхъ способностей не можетъ быть долго производимо надъ од-

нимъ числомъ, иначе это бы отняло слишкомъ много времени

№ 49. ДЕСЯТОЕ УПРАЖНЕНИЕ.

Приложеніе къ предыдущимъ исчисленіямъ обыкновенныхъ мѣръ длины, вѣса, денегъ и проч.

Прежде всего учитель обязанъ познакомить учениковъ съ тѣми мѣрами, которыя они чаще встрѣчаютъ въ жизни. Такъ изъ мѣръ вѣса, возьмите только нуды, фунты, лоты и золотники и оставьте до времени берковцы, которыхъ настоящее употребленіе только въ оптовой продажѣ, и доли золотника, какъ слишкомъ мелкія дробы; объ аптекарскомъ вѣсѣ вовсе теперь не говорите; изъ мѣръ длины выкиньте покажите мили и версты, а изъ мѣръ времени терціи. — Не надобно вообще говорить о томъ, что выше дѣтскихъ понятій, иначе вы будете упражнять одну только память, что противно здравой Педагогикѣ. Но сообщая дѣтямъ понятія о мѣрахъ, для васъ есть одинъ только путь, именно, дѣйствовать чрезъ наглядность, потому что это есть путь, назначенный самою природою, и поступать противъ него значить поступать ложно. — Въ слѣдствіе этого, если вы желаете, чтобы ученики ваши получили точное и ясное понятіе о мѣрахъ вѣса, покажите имъ употребленіе вѣсовъ, не чертежемъ, а въ натурѣ; займитесь съ ними взвѣшиваніемъ различныхъ тѣлъ, и дайте имъ самимъ осязать всѣ

вѣсовыя гири. Для этого непременно надобно имѣть въ классѣ достаточный запасъ всѣхъ употребительныхъ мѣръ вѣса, длины и проч.

Учитель, ознакомивъ учениковъ съ употребленіемъ вѣсовъ, говоритъ:

1. *Мѣры вѣса.*

1 пудъ все равно что 40 фунтовъ.

1 фунтъ — — 32 лота.

1 лоть — — 3 золотника.

Сколько въ 40 фунтахъ пудовъ? —

А въ 3 золотникахъ лотовъ? —

Учит. Чтобы узнать, сколько пудъ въ 57 фунтахъ, надобно число 57 разложить на два другія, изъ которыхъ въ одномъ было бы 40. Сколько будетъ въ другомъ? —

Учен. 17.

Учит. Поэтому 57 фунтовъ все равно, что 1 пудъ и 17 фунтовъ. — Сколько пудъ въ 73 фунтахъ?

Учен. 1 пудъ и еще 33 фунта.

Учит. Какъ вы это узнали?

Учен. Я разложилъ число 73 на два, 40 и 33 ф; но 40 ф. все тоже, что 1 пудъ; поэтому въ 73 фунтахъ заключается 1 п. и 33 ф.

При этихъ вопросахъ надобно имѣть предосторожность не переходить чрезъ такія числа меньшей мѣры, которыя два и болѣе разъ содержать въ себѣ болѣшую, съ нимъ ближайшую; потому что это относится уже къ дѣленію.

Учит. Въ одномъ пудѣ и 27 фунтахъ сколько всего фунтовъ? —

Учен. 67 фунт.; потому что и проч.

Учит. Сколько получится пудъ и фунтовъ, если къ 48 фунт. прибавить еще 13 фунтовъ?

Учен. 1 п. 21 ф.; потому что 48 и 13 составляют 61; $61 = 40 + 21$.

Учит. Изъ 1 фунта и 15 лотовъ чаю истрачено 29 лотовъ. Сколько остается? —

Учен. 18; потому что 1 ф. составляетъ 32 лота; $32 + 15 = 47$; $47 = 30 + 17$; $29 = 20 + 9$; $17 - 9 = 8$, $30 - 20 = 10$; $10 + 8 = 18$.

Учит. А. купилъ 3 ф. 19 лотовъ сахару, а В. 5 ф. 11 лот. Сколько выветъ они купили?

Учен. 8 ф. 30 лот.; потому что 19 лот. + 11 лот. = 30 л.; 3 ф. + 5 ф. = 8 ф.

Учит. 11 пудъ 28 фунт. говядины + 15 п. 33 ф. говядины = ? —

Учен. 27 пудъ 21 ф. говядины; 11 пудъ + 15 п. = 26 п.; 28 ф. + 33 ф. = 61 ф.; 61 ф. = 40 ф. + 21 ф. = 1 п. + 21 ф.; 26 п. + 1 п. + 21 ф. = 27 п. 21 ф.

Изъ 17 пудъ 12 ф. льну, привезеннаго крестьяниномъ на рынокъ, онъ распродалъ 9 п. 28 ф. — Сколько у него осталось непроданнаго? и проч. и проч.

2. Мѣры времени.

Дайте понять ученикамъ, что такое сутки, часъ, недѣля, мѣсяцъ, годъ, минута и секунда. Покажите также имъ часы, карманныя, стѣнные, и научите употреблять ихъ. Песочныя часы, по простотѣ своей, всего ближе къ дѣтскимъ понятіямъ. Потѣмъ произведите надъ этими мѣрами тѣ же упражненія, какія вы дѣлали надъ мѣрами вѣса. Числа общеупотребительныхъ мѣръ проще и яснѣе всего научаютъ дѣтей различать достоинство разнаго рода единицъ, къ чему они обыкновенно привыкаютъ медленно, подразумѣвая всегда подъ единицами одинакія и совершенно равныя величины.

1 день	имѣтъ	24 часа;
1 недѣля	—	7 дней;
1 мѣсяцъ	—	4 недѣли;
1 мѣсяцъ	—	30 дней;
1 годъ	—	12 мѣсяцевъ;
1 годъ	—	52 недѣли;
1 часъ	—	60 минутъ;
1 минута	—	60 секундъ.

Учит. Все ли равно, что 1 мѣсяцъ, 1 недѣля или 1 день?

Учен. Нѣтъ! 1 мѣсяцъ имѣтъ 4 недѣли, а 1 недѣля 7 дней.

2 недѣли \equiv 7 дн. $+$ 7 дн. \equiv 14 днями.

2 недѣли $+$ 2 нед. \equiv 4 нед. \equiv 1 мѣсяцу.

6 мѣсяц. $+$ 6 мѣс. \equiv 12 мѣс. \equiv 1 году. и т. д.

Гнѣздо мѣръ, употребляемыхъ для измѣренія сыпучихъ матеріаловъ, какъ то: ржи, муки, овса, гороху, картофелю и проч. должно быть также показано дѣльмъ. При этомъ случаѣ имъ объясняются

3. *Мѣры емкости.*

1 четверть или кулъ \equiv 8 четверикамъ.

1 четверикъ \equiv 4 четверткамъ.

1 четверикъ \equiv 8 гарнцамъ.

Такимъ же образомъ учитель проходитъ:

4. *Мѣры бумаги.*

1 стопа имѣтъ 20 дестей.

1 дестъ — 24 листа.

5. *Мѣры денегъ.*

1 рубль имѣтъ 10 гривенъ.

1 — — 20 платковъ.

1 — — 50 грошей.

1 — — 100 копѣекъ.

1 гривна	—	10 копѣекъ.
1 пятакъ	—	5 копѣекъ.
1 грошъ	—	2 копѣйки.
1 копѣйка	—	2 деньги.
1 деньга	—	2 полушки.

6. *Мѣры длины.*

1 сажень	имѣеть	3 аршина.
1 —	—	7 футовъ.
1 аршинъ	—	4 четверти.
1 —	—	16 вершковъ.
1 футъ	—	12 дюймовъ.

Дополнительныя мѣры будутъ показаны въ слѣдующей Степени.

На всѣ мѣры учитель составляетъ задачи, не выходя однако жъ изъ предѣловъ этой Степени.

№ 20. ОДИННАДЦАТОЕ УПРАЖНЕНИЕ.

Умноженіе чиселъ, которыхъ произведенія не превышаютъ числа 100.

Посредствомъ вообще *умноженія* познаемъ, какимъ образомъ одно число составляетъ изъ другого; посредствомъ же *умноженія* цѣлыхъ чиселъ узнаемъ, сколько получится единицъ, когда одно изъ двухъ данныхъ чиселъ возьмемъ столько разъ, сколько находится единицъ въ другомъ. Предлежащее упражненіе собственно состоитъ во всестороннемъ изученіи *таблицы умноженія*. Его мы раздѣлимъ на 2 отдѣла: 1) *умноженіе натуральныхъ чиселъ на натуральныя* и 2) *умноженіе сложныхъ чиселъ на натуральныя*.

И здѣсь, какъ при сложеніи и вычитаніи, съ величайшею пользою можетъ служить таблица № 1.

I. Умноженіе натуральныхъ чиселъ на натуральныя. Изустное исчисленіе.

У. (показывая на второй горизонтальный рядъ) При сложеніи мы поступали такъ: одинъ разъ 2 и одинъ разъ 2 составляютъ 4; $2 + 2 + 2$ составляютъ 6; $2 + 2 + 2 + 2 = 8$ и т. д. Теперь будемъ дѣйствовать короче. Здѣсь (указывая на двѣ первыя клѣтки) одинъ разъ 2 и еще одинъ разъ 2, или 2 раза два или дважды 2 или 4; тутъ (указывая на первыя двѣ клѣтки третьяго ряда) одинъ разъ 5 и еще одинъ разъ 3 или дважды 3 или 6 и т. д.

Такимъ же образомъ учитель проходитъ по таблицѣ слѣдующіе ряды:

а) Гдѣ каждое натуральное число удвоится.

$$II = I \times II = II \quad (2)$$

$$II + II = 2 \times II = IIII \quad (4)$$

$$III + III = 2 \times III = IIIIII \quad (6)$$

$$III + III = 2 \times III = IIIIII \quad (8)$$

$$IIII + IIII = 2 \times IIII = IIIIIII \quad (10)$$

$$IIII + IIII = 2 \times IIII = IIIIIII \quad (12)$$

$$IIII + IIII = 2 \times IIII = IIIIIII \quad (14)$$

и т. д. до 20.

Когда будетъ пройденъ весь рядъ, тогда можно дѣлать частные вопросы; наиримѣрь: сколько составляетъ дважды 5? — 2×9 ? и проч.

б) Гдѣ каждое натуральное число утроится.

$$I + I + I = 3 \times I = III \quad (3)$$

$$II + II + II = 3 \times II = IIIII \quad (6)$$

$$III + III + III = 3 \times III = IIIIII \quad (9)$$

$$III + III + III = 3 \times III = IIIIII \quad (12)$$

$$IIII + IIII + IIII = 3 \times IIII = IIIIIII \quad (15)$$

и т. д.

За этимъ каждое натуральное число берется сперва четыре, потомъ пять, шесть разъ и т. д. Всѣ эти ряды вмѣстѣ и составить таблицу умноженія, которая названа Пифагоровою по имени ея изобрѣтателя.

Вотъ вопросы, которые покажутъ, какъ долженъ дѣйствовать учитель при этомъ случаѣ.

Чему равно $2 + 2$? — (4).

Чему равно $3 + 3$? —

Сколько составить $4 + 4$ ($5 + 5$, $6 + 6$, $7 + 7$ и т. д.)?

Какія числа вы теперь складывали? — (одинаки).

И по скольку равныхъ чиселъ каждый разъ складывали? — (по два).

Если я говорю *одинъ разъ два*, то сколько разъ называю это число?

Какъ могу еще сказать вмѣсто *дважды одинъ*? — (два раза одинъ).

Какъ иначе я могу выразить числа: $2 + 2$, $3 + 3$, $4 + 4$ и т. д. — (2 жды 2, 3 жды 3 и т. д.).

Сколько составляетъ $2 + 2$? — (4). А $2 \times 2 = ?$ Поэтому $2 + 2$ все равно что? — (2×2). — Чему равно $3 + 3$? — (6). Но чему равно 2×3 ? (также 6) Сколько единицъ въ дважды 4, 2×5 , 2×6 ? —

Когда сообщенные дѣтямъ ряды достаточно развиты посредствомъ отдѣльныхъ вопросовъ, тогда надобно стараться, чтобы ученики могли ихъ хорошо вытвердить наизусть. Для этого пусть каждый изъ нихъ пишетъ эти самые ряды на своей доскѣ цифрамъ, и написанное прочитываетъ по нѣскольку разъ.

Зная употребленіе знаковъ, ученики будутъ писать такъ:

I. $2 \times 1 = 2,$	$3 \times 1 = 3,$	$4 \times 1 = 4,$
$2 \times 2 = 4,$	$3 \times 2 = 6,$	$4 \times 2 = 8,$
$2 \times 3 = 6,$	$3 \times 3 = 9,$	и т. д.
$2 \times 4 = 8,$	$3 \times 4 = 12,$	
$2 \times 5 = 10,$	$3 \times 5 = 15,$	
$2 \times 6 = 12,$	$3 \times 6 = 18,$	
$2 \times 7 = 14,$	$3 \times 7 = 21,$	
$2 \times 8 = 16,$	$3 \times 8 = 24,$	
$2 \times 9 = 18,$	$3 \times 9 = 27,$	
$2 \times 10 = 20.$	$3 \times 10 = 30.$	

Теперь, слѣдуя тому же постепенному ходу дѣйствій, при помощи таблицы № 1, научите дѣтей въ обратномъ видѣ составлять эти ряды. Вотъ такъ:

II. $1 \times 2 = 2,$	$1 \times 3 = 3,$	$1 \times 4 = 4,$
$2 \times 2 = 4,$	$2 \times 3 = 6,$	$2 \times 4 = 8,$
$3 \times 2 = 6,$	$3 \times 3 = 9,$	и т. д.
$4 \times 2 = 8,$	$4 \times 3 = 12,$	
$5 \times 2 = 10,$	$5 \times 3 = 15,$	
$6 \times 2 = 12,$	$6 \times 3 = 18,$	
$7 \times 2 = 14,$	$7 \times 3 = 21,$	
$8 \times 2 = 16,$	$8 \times 3 = 24,$	
$9 \times 2 = 18,$	$9 \times 3 = 27,$	
$10 \times 2 = 20.$	$10 \times 3 = 30.$	

Таблица № 1 доставляетъ также прекрасное средство спрашивать и вразбивку. Вообще надъ этою таблицею учитель обязанъ сколько возможно долѣе остановиться, пока не примѣтитъ, что дѣти будутъ отвѣчать быстро и свободно.

Учитель непременно долженъ перебрать учениковъ поодиночкѣ, и на слабыхъ обратить особое свое вниманіе.

Черезъ соединеніе рядовъ I и II получаемъ упрощенную таблицу умноженія. Дѣйствительно, если въ каждомъ изъ слѣдующихъ рядовъ

III. III. III. III. III. III. III.

сочтемъ единицы, то получимъ одинакія суммы. Въ первомъ ряду находится 4×3 , а во второмъ 3×4 , но $4 \times 3 = 12$ и $3 \times 4 = 12$. Поэтому кто знаетъ, сколько составляетъ 4×3 , тотъ знаетъ и на оборотъ, сколько единицъ въ 3×4 . — Это замѣчаніе ведетъ къ правилу: *произведеніе двухъ чиселъ остается неизмѣннымъ, не смотря на ихъ перемѣщеніе.*

Если дѣти выкинули въ это правило, то сокращенная таблица умноженія, которую теперь напишемъ, будетъ для нихъ понятна.

2×2 ;
 2×3 ; 3×3 ;
 2×4 ; 3×4 ; 4×4 ;
 2×5 ; 3×5 ; 4×5 ; 5×5 ;
 2×6 ; 3×6 ; 4×6 ; 5×6 ; 6×6 ;
 2×7 ; 3×7 ; 4×7 ; 5×7 ; 6×7 ; 7×7 ;
 2×8 ; 3×8 ; 4×8 ; 5×8 ; 6×8 ; 7×8 ; 8×8 ;
 2×9 ; 3×9 ; 4×9 ; 5×9 ; 6×9 ; 7×9 ; 8×9 ; 9×9 ;
 2×10 ; 3×10 ; 4×10 ; 5×10 ; 6×10 ; 7×10 ; 8×10 ; 9×10 ;
 10×10 .

II. Умноженіе сложныхъ чиселъ на натуральныя.

Здѣсь нѣсколько мы стѣснены, потому что произведенія не могутъ превышать числа 100.

Вотъ какіе ряды сюда относятся:

2×10 ; 2×11 ; 2×12 ; 2×13 ; 2×14 ; 2×15 ; до
 $2 \times 50 = 100$.
 3×10 ; 3×11 ; 3×12 ; 3×13 ; 3×14 ; 3×15 ; до
 $3 \times 33 = 99$.

4×10 ; 4×11 ; 4×12 ; до $4 \times 25 = 100$;
 5×10 ; 5×11 ; 5×12 ; до $5 \times 20 = 100$;
 6×10 ; 6×11 ; 6×12 ; 6×13 ; 6×14 ; 6×15 ; 6×16 ;
 7×10 ; 7×11 ; 7×12 ; 7×13 ; 7×14 ;
 8×10 ; 8×11 ; 8×12 ;
 9×10 ; 9×11 ;
 10×10 ;

Дѣти могутъ составлять эти ряды вмѣстѣ съ рѣшеніемъ, помощію вопросовъ учителя. Напр.

$2 \times 11 = 22$; потому что $11 = 10 + 1$; $2 \times 10 = 20$;
 $2 \times 1 = 2$; $20 + 2 = 22$.

$5 \times 13 = 65$; потому что $13 = 10 + 3$; $5 \times 10 = 50$;
 $5 \times 3 = 15$; $50 + 15 = 65$.

Не столько должно обращать вниманія на то, какъ рѣшили дѣти предложенную задачу, сколько на точность и скорость рѣшенія.

Примѣненіе. Если каждый разъ издерживать по одному рублю, то сколько денегъ будетъ издержано во всю недѣлю? — 7.

Нѣкоторое дѣло совершено мною въ 1 день. Если бы за нимъ я работалъ въ пять разъ лѣнвѣе, то во сколько бы дней окончилъ его? — 5.

3×2 сколько разъ составляютъ 1? — 6.

Петръ ежедневно получаетъ по 2 руб.; сколько онъ получитъ въ 5 дней? — 10.

Шесть царь голубей сколько пьютъ ногъ? — 12.

Идетъ взводъ солдатъ, который состоитъ изъ 9 рядовъ, въ каждомъ по 3 человека. Сколько всего солдатъ въ этомъ взводѣ? — 27.

Четверымъ мальчикамъ розданы пряники, каждому досталось по 3. — Много ли всего роздано пряниковъ? — 12.

Андрей заплатилъ въ три срока свои долги, въ каждый срокъ по 3 руб. Сколько было на немъ долгу? — 9.

Если 1 работникъ получать 3 руб., то сколько получили семеро работниковъ? — 21.

Куплено 6 паръ перчатокъ, и за каждую пару заплачено по 3 руб. — Сколько стоятъ перчатки? — 18.

Одинъ фунтъ имѣетъ 4 четверти; сколько *четвертей* въ *девяти* фунтахъ? — 36.

Рѣшеніе. Девять фунтовъ имѣютъ 36 четвертей; потому что 1 ф. имѣетъ 4 четверти, 9 ф. имѣютъ 9×4 или 36.

Если каждый день издерживать по 4 гривны, то сколько будетъ издержано въ 8 дней? — 32.

Все ли равно, что *четыре* *раза* *пять* или *пять* *разъ* *четыре*? —

Куплено 6 аршинъ сукна, и за каждый аршинъ заплачено 8 руб. Сколько заплачено за сукно? — 48.

Какъ доказать, что 8×8 составляютъ 64? —

Рѣшеніе. Восемь состоитъ изъ 4 и 4; поэтому 8×8 все тоже, что 8×4 и еще 8×4 ; $8 \times 4 = 32$. И такъ, 8×8 все равно, что $32 + 32$ или 64.

Можно ли рѣшить это другимъ образомъ? — Можно ли число 8 разложить на двѣ неравныя части? Какъ вы объ этомъ думаете, милыя дѣти? —

Мать *второго* старѣе сына, а сыну 8 лѣтъ. Сколько лѣтъ матеря? — 32.

Большая морская черепаха, отъ головы своей до кончика хвоста, имѣетъ иногда до 7 футовъ длины. Если поставить въ одну линію 8 такихъ черепахъ, то сколько всѣ онѣ займутъ мѣста? — 56 ф.

У паука 8 глазъ; сколько глазъ у 7 пауковъ? 56.

Паукъ имѣетъ въ тѣлѣ своемъ 6 маленькихъ железъ, изъ которыхъ прядя, выпускаетъ самыя тонкія нити. Сколько такихъ железъ у 9 пауковъ? — 54.

№ 24. ДВѢНАДЦАТОЕ УПРАЖНЕНИЕ.

Соединеніе умноженія съ сложеніемъ и вычитаніемъ.

И здѣсь должно поступать двояко, съ помощію рядовъ и отдѣльныхъ задачъ.

Вотъ примѣры.

$$1) \begin{array}{l} 2 \times 2 + 1; 2 \times 2 + 2, 2 \times 2 + 3, 2 \times 2 + 4; \dots 2 \times 2 + 10 = 14 \\ 5 \times 2 + 1; 5 \times 2 + 2; 5 \times 2 + 3, 5 \times 2 + 4, \dots 5 \times 2 + 10 = 16 \end{array}$$

и т. д.

$$\text{до } 10 \times 2 + 1; 10 \times 2 + 2, 10 \times 2 + 3, 10 \times 2 + 4, \dots 10 \times 2 + 10 = 30$$

$$2) \begin{array}{l} 5 \times 5 + 1; 5 \times 5 + 2, 5 \times 5 + 3, 5 \times 5 + 4, \dots 5 \times 5 + 10 = 25 \\ 4 \times 5 + 1; 4 \times 5 + 2, 4 \times 5 + 3, 4 \times 5 + 4, \dots 4 \times 5 + 10 = 22 \end{array}$$

и т. д.

$$\text{до } 10 \times 5 + 1; 10 \times 5 + 2; 10 \times 5 + 3, 10 \times 5 + 4, \dots 10 \times 5 + 10 = 40$$

и проч. и проч.

Или:

$$3) \begin{array}{l} 10 \times 2 = 1, 10 \times 2 = 2, 10 \times 2 = 3, 10 \times 2 = 4, \dots 10 \times 2 = 20 = 0 \\ 9 \times 2 = 1; 9 \times 2 = 2, 9 \times 2 = 3, 9 \times 2 = 4; \dots 9 \times 2 = 18 = 0 \end{array}$$

и т. д.

Или:

$$4) \begin{array}{l} 2 \times 2 + 2 \times 2, 2 \times 2 + 2 \times 3, 2 \times 2 + 2 \times 4, \dots 2 \times 2 + 2 \times 10 = 24 \end{array}$$

и т. д.

$$5) \begin{array}{l} 10 \times 2 = 2 \times 2; 9 \times 2 = 2 \times 2, 8 \times 2 = 2 \times 2, \dots 2 \times 2 = 2 \times 2 = 0 \end{array}$$

Можно чрезвычайно разнообразить эти ряды

Мы не считаемъ за нужное продолжать ихъ, потому что смѣлиивый учитель, убѣдивъ въ ихъ пользѣ на опытѣ, всегда легко самъ составитъ ихъ. Вотъ нѣсколько примѣненій въ задачахъ.

У меня было въ карманѣ 5×2 гривенъ; изъ этихъ денегъ я издержалъ 2×2 гр. Много ли гривенъ у меня осталось? — 2.

Александръ въ первый разъ купилъ 3 листа бумаги, и за каждый листъ платилъ по 4 копейки; во второй разъ 5 листовъ, заплатилъ за каждый по 5 копеекъ. Сколько всего онъ изстратилъ на бумагу? — 37.

Куплено два куска материи, въ одномъ 9 аршинъ, а въ другомъ 7 арш.; каждый арш. первого стоитъ 4 руб., и каждый арш. второго 3 руб. Что стоятъ оба куска? — 57.

Четыре раза три безъ трехъ разъ два, сколько разъ одинъ? — 6.

Ванѣ подарено 6×6 листовъ бумаги, а Петѣ 4×4 . Много ли подарено обоимъ, и сколькоими листами Ванѣ подарено больше, нежели Петру? — 52, 20.

У меня всего 13 руб., но чтобы я могъ купить ту вещь, въ которой теперь нуждаюсь, надобно къ моимъ деньгамъ прибавить столько разъ по 4 руб., сколько у каждого человека бываетъ пальцевъ на обеихъ рукахъ. Что же стоитъ эта вещь? — 53.

Въ первый день издержано 9 руб., во второй 4×6 руб., а въ третій 5×5 руб. Сколько издержано во все три дня? — 58.

7×6 чѣмъ больше 5×5 и чѣмъ меньше 9×6 ? — 17, 12.

Сколько должно заплатить булочнику за 5 осьмикопеечныхъ булокъ и 4 гривенныхъ хлѣба? — 80.

Если къ моимъ деньгамъ прибавить еще 5×3 руб., то у меня будетъ 9×9 руб. Много ли у меня денегъ? — 72.

Въ одной школѣ два класса. Въ одномъ 5 скамеекъ и на каждой сидитъ по 7 учениковъ, а въ другомъ 9 скамеекъ, и на каждой по 6 учениковъ. Сколько всего учениковъ въ этой школѣ? — 89.

За прочтеніемъ некоторой книги я просидѣлъ ровно двѣ недѣли. Въ каждый день первой недѣли я прочитывалъ по 5 стр., а въ каждый день второй недѣли по 7 стр. Сколько въ этой книгѣ страницъ? — 84.

Если пудъ сѣна стоитъ 4 гривны, а четверикъ овса 7 гр., то что стоитъ 9 пудъ сѣна и 6 четвериковъ овса? — 78.
 $1 \times 7 + 2 \times 7 + 3 \times 7 + 4 \times 7$ сколько разъ? — 70.

Сыну 6 лѣтъ, мать старше его *сестверо*, а отецъ *всемле-ро*. Сколько лѣтъ вмѣстѣ отцу, матери и сыну? — 72.

Въ одной комнатѣ 5 оконъ, а въ другой 3; въ каждой оконѣ по 8 стеколъ. Сколько всего стеколъ въ обѣихъ комнатахъ? — 64.

Числа мѣръ длины, вѣса и проч. также даютъ возможность разнообразить примѣненія.

Теперь можно уже занимать дѣтей слѣдующими рядами:

а) 1 годъ имѣеть 12 мѣс. б) 1 недѣля имѣеть 7 дней;
 2 — — $2 \times 12 = 24$; 2 — — $2 \times 7 = 14$;
 3 — — $3 \times 12 = 36$; 3 — — $3 \times 7 = 21$;
 4 — — $4 \times 12 = 48$; 4 — — $4 \times 7 = 28$;
 5 — — $5 \times 12 = 60$; и т. д. до
 6 — — $6 \times 12 = 72$;
 до 8 — — $8 \times 12 = 96$. 14 недѣль имѣють $14 \times 7 = 98$.

с) 1 кулъ имѣеть 8 четвериковъ.

2 —	2×8	—	или 16 четверик.
3 —	3×8	—	— 24 —
4 —	4×8	—	— 32 —
5 —	5×8	—	— 40 —

и т. д. до

12 кулей имѣють 12×8 четв. или 96 четв.

Можно также большія мѣры обращать въ меньшія того же самаго рода.

Напр. Въ 5 годахъ и 11 мѣсяцахъ, сколько всего мѣсяцевъ? —

Рѣшеніе. 1 годъ имѣеть 12 мѣсяцевъ; поэтому 5 лѣтъ имѣють 5×12 или 60 мѣсяцевъ; 60 м. + 11 м. = 71 мѣс.

Нѣкто просидѣлъ за одною работою 13 нед. 6 дней. Если каждый день ему платять по 1 руб., то сколько онъ долженъ получить за всю работу?

Рѣшеніе. За всю работу онъ долженъ получить столько рублей, сколько всего дней онъ проработалъ.

Но 1 нед. = 7 дн., 13 нед. = $13 \times 7 = 91$ дн.;
 $91 \text{ д.} + 6 \text{ д.} = 97$ дн. Онъ долженъ получить 97 рублей.

Прежде нежели окончимъ этотъ §, укажемъ на цифрное письмо.

И здѣсь, какъ въ сложеніи и вычитаніи, дѣйствуютъ двояко: или (а) ставить *сочинителей* (*факторовъ*) въ одинъ горизонтальный рядъ, разделяя ихъ между собою знакомъ: \times или, за ними знакъ равенства, а потомъ произведеніе; или (б) пишутъ сочинителей съ произведеніемъ въ одинъ вертикальный рядъ, отдѣляя первыхъ отъ послѣдняго поперечною чертою.

$$(a) 5 \times 7 = 35.$$

$$(b) \begin{array}{r} 5 \\ \times 7 \\ \hline 35. \end{array}$$

Числа 5 и 7, которыя перемножаются между собою, именуютъ *сочинителями* или *факторами* (также первое называютъ *множимымъ*, второе *множителемъ*), а получаемое чрезъ умноженіе число — *произведеніемъ*.

№ 22. ТРИНАДЦАТОЕ УПРАЖНЕНИЕ.

Дѣленіе чиселъ отъ 1 до 100.

Какъ умноженіе можно назвать сокращеннымъ сложеніемъ одинакихъ чиселъ, такъ дѣленіе сокращеннымъ или послѣдовательнымъ вычитаніемъ. По-

этому всего естественнѣе, для объясненія дѣленія, обратиться къ вычитанію.

У. (показавъ сперва на 2-ю, а потомъ на 8 клѣтки перваго вертикальнаго ряда таблицы № 1).

Отнимите отъ 8 одинъ разъ два!

Д. Въ остаткѣ получается 6.

У. Отнимите еще разъ 2!

Д. Остается 4.

У. Еще разъ 2?

Д. Остается 2.

У. А еще разъ 2?

Д. Въ остаткѣ ничего нѣтъ.

У. Чтобы ничего не получить въ остаткѣ, сколько разъ 2 должно отнимать отъ 8?

Д. Четыре раза.

У. Почему?

Д. Потому что 4×2 составляетъ 8.

У. (показавъ на 3-ю и 9-ю клѣтки того же ряда).

Сколько разъ надобно отнимать по 3 отъ 9, чтобы въ остаткѣ вышелъ нуль?

Д. Три раза.

У. Покажите это!

Д. Отнявъ 1 разъ 3, получаемъ 6; еще разъ 3, получаемъ 3, а еще разъ, то ничего. Значить, что 3 можно отнимать отъ 9 три раза.

У. Въмѣсто того, чтобы сказать, что три можно отнимать отъ 9 три раза, обыкновенно говорить: 3 въ 9 содержится 3 раза.

Сколько разъ 2 содержится въ 8?

Д. 4 раза.

У. А 7 въ 14?

Д. 2 раза.

У. Почему?

Д. Потому что 7 можно отнимать отъ 14 два раза.

У. Можно ли 2 отнимать отъ 7 три раза?

Д. Можно.

У. Почему?

Д. Потому что 3×2 или 6 меньше 7.

У. А можно ли это число вычитать изъ 7 четыре раза?

Д. Нѣтъ; потому что 4×2 или 8 больше 7.

У. Число 7 разлагается на $3 \times 2 + 1$; поэтому отъ 7 можно вычитать 3 раза 2 и еще единицу. Или, другими словами, 2 содержится въ 7 три раза съ остаткомъ 1.

У. Сколько разъ 4 можно отнимать отъ 15, или проще, сколько разъ 4 содержится въ 15?

Д. 3 раза съ остаткомъ 3.

У. Почему?

Д. Потому что $15 = 3 \times 4 + 3$.

У. Сколько разъ 5 содержится въ 23?

Д. 4 раза съ остаткомъ 3, потому что $23 = 4 \times 5 + 3$.

Такимъ образомъ проходитъ учитель по таблицѣ слѣдующіе ряды, которые въ то же время пишутся учениками на аспидныхъ доскахъ посредствомъ цифръ.

а) 2 въ 2 содержится 1 разъ

2 — 3 — 1 — съ остаткомъ 1.

2 — 4 — 2 —

2 — 5 — 2 — — 1.

и т. д. до

2	въ	20	содержится	10	разъ.				
b) 3	—	3	содержится	1	разъ.				
3	—	4	—	1	—	съ	остаткомъ	1.	
3	—	5	—	1	—			—	2.
3	—	6	—	2	—				

и т. д. до

3	въ	30	содержится	10	разъ.				
c) 4	—	4	содержится	1	разъ.				
4	—	5	—	1	—	съ	остаткомъ	1.	
4	—	6	—	1	—			—	2.
4	—	7	—	1	—			—	3.
4	—	8	содержится	2	раза.				

и т. д. до

4 въ 40 содержится 10 разъ.

Наконецъ до послѣдняго ряда.

10	въ	10	содержится	1	разъ.				
10	—	11	—	1	—	съ	остаткомъ	1.	
10	—	12	—	1	—			—	2.
10	—	13	—	1	—			—	3.

и т. д. до

10 въ 100 содержится 10 разъ.

Достаточно одинъ разъ прочесть эти ряды для усвоенія ихъ учениками. Но здѣсь, какъ и вездѣ, не должно слѣдовать однажды опредѣленному порядку, а также не надобно забывать примѣненій.

Ученики прочитываютъ эти ряды въ одинъ голосъ; но ихъ часто должно прерывать, заставляя того или другаго изъ нихъ продолжать чтеніе.

По прохожденіи этихъ рядовъ, учитель долженъ стараться, чтобы ученики поняли тождественность выраженій: «содержится въ» и «раздѣлить на.»

Узнать, сколько разъ одно число содержится въ другомъ, тоже значить, что найти, на сколько

последнее число может быть раздѣлено одинаковых частей, равныхъ первому.

У. Изъ какихъ двухъ одинаковыхъ чиселъ состоитъ число 4? —

Д. Изъ 2 и 2.

У. а 8?

Д. Изъ 4 и 4.

У. Изъ какихъ трехъ равныхъ чиселъ состоитъ число. 18? —

Д. $18 = 6 + 6 + 6$.

У. Число 4 раздѣлить на 2 равныя части значитъ найти, какое число должно отнять отъ 4 - хъ два раза, чтобы получить въ остаткѣ нуль; число 18 раздѣлить на три части значитъ найти, какое число надобно отнять отъ 18 три раза, чтобы ничего не вышло въ остаткѣ; и проч. и проч. И такъ 9 раздѣлить на 3 все тоже, что узнать, сколько разъ 3 содержится въ 9.

Но сколько придется на каждого изъ трехъ мальчиковъ, если между ними раздѣлить поравно 21 вишню?

Сколько разъ 8 содержится въ 24?

Если 24 раздѣлить на 3, то что получится?

У. Узнайте, сколько паръ въ 7 голубяхъ? —

Д. Въ 7 голубяхъ три пары и еще одинъ голубь.

У. Почему?

Д. Потому что $7 = 3 \times 2 + 1$.

У. Сколько надобно голубей, чтобы вышло 4

Д. 8; потому что $4 \times 2 = 8$.

У. И такъ 7 голубей составляютъ болѣе трехъ паръ, но менѣе 4 - хъ. Одинъ голубь какую часть составляетъ отъ пары?

Д. Половину.

У. Поэтому въ 7 голубяхъ 3 пары и еще половина пары.

У. Сколько троекъ можно составить изъ 19 лошадей?

Д. 6 троекъ и еще одна лошадь останется.

У. Почему?

Д. Потому что $19 = 6 \times 3 + 1$.

Эти примѣры показываютъ важность осьмага упражненія Второй Степени (См. № 17).

У. Сколько надобно лошадей, чтобы вышло ровно 7 троекъ?

Д. Еще двѣ лошади; потому что $21 = 7 \times 3$

У. Эта одна остающаяся лошадь какую часть составляетъ отъ тройки?

Д. Третью часть.

У. Почему?

Д. Потому что въ тройкѣ 3 лошади, а 1 отъ 3 составляетъ одну треть.

У. И такъ если 19 лошадей раздѣлить на тройки, то получится всего 6 троекъ цѣлыхъ и одна треть седьмой тройки.

У. Сколько выйдетъ, если 20 раздѣлить на три равныя части?

Д. 6 и еще 2 въ остаткѣ.

У. Какую часть 2 составляютъ отъ 3-хъ?

Д. Двѣ трети.

У. Почему?

Д. Потому что 1 есть третья часть отъ трехъ, а 2 единицы есть 2 раза третья часть, или 2 трети

У. Поэтому если 20 раздѣлить на три равныя части, то на каждую придется по 6 и еще по двѣ трети. Узнайте, точно ли такъ придется!

Д. Если на каждую часть приходится по 6 и двѣ трети, то на три втрое болѣе; 3 раза 6 составляетъ 18, а три раза двѣ трети, 6 третей; 6 третей все тоже, что 2 цѣлыхъ; $18 + 2 = 20$.

Развивъ такимъ образомъ нѣсколько примѣровъ, слѣдующіе ряды не могутъ быть трудны для дѣтей. Но для цифернаго письма ученики прежде должны познакомиться съ выраженіями: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, и проч. Учитель замѣчаетъ имъ, что такъ-какъ половина происходитъ отъ раздѣленія единицы на 2 равныя части, то всего удобнѣе представить ее въ цифрахъ такъ: $\frac{1}{2}$, т. е. сперва написать 1, потомъ провести подъ нею черточку, которая будетъ означать слова: *раздѣленная на*, и подъ этою черточкою написать цифру 2, и т. д. Кромѣ этого знака дѣленія, употребляемаго болѣе при выраженіи частей единицы, можно ознакомить дѣтей и съ другимъ, а именно съ *двоеточіемъ* (·).

а) $2 : 2 = 1$	б) $3 : 3 = 1$	в) $4 : 4 = 1$
$3 : 2 = 1\frac{1}{2}$	$4 : 3 = 1\frac{1}{3}$	$5 : 4 = 1\frac{1}{4}$
$4 : 2 = 2$	$5 : 3 = 1\frac{2}{3}$	$6 : 4 = 1\frac{1}{2}$
$5 : 2 = 2\frac{1}{2}$	$6 : 3 = 2$	$7 : 4 = 1\frac{3}{4}$
$6 : 2 = 3$	$7 : 3 = 2\frac{1}{3}$	$8 : 4 = 2$
и т. д. до	и т. д. до	и т. д. до
$20 : 2 = 10$	$30 : 3 = 10$	$40 : 4 = 10$

д) $5 : 5 = 1$	е) $6 : 6 = 1$	ф) $7 : 7 = 1$
$6 : 5 = 1\frac{1}{5}$	$7 : 6 = 1\frac{1}{6}$	$8 : 7 = 1\frac{1}{7}$
$7 : 5 = 1\frac{2}{5}$	$8 : 6 = 1\frac{1}{3}$	$9 : 7 = 1\frac{2}{7}$
$8 : 5 = 1\frac{3}{5}$	$9 : 6 = 1\frac{1}{2}$	$10 : 7 = 1\frac{3}{7}$
$9 : 5 = 1\frac{4}{5}$	$10 : 6 = 1\frac{2}{3}$	$11 : 7 = 1\frac{4}{7}$
$10 : 5 = 2$	$11 : 6 = 1\frac{5}{6}$	и т. д. до
и т. д. до.	и т. д. до.	
$50 : 5 = 10$	$60 : 6 = 10$	$70 : 7 = 10$

g) $8 : 8 = 1$	h) $9 : 9 = 1$	i) $10 : 10 = 1$
$9 : 8 = 1\frac{1}{8}$	$10 : 9 = 1\frac{1}{9}$	$11 : 10 = 1\frac{1}{10}$
$10 : 8 = 1\frac{2}{8}$	$11 : 9 = 1\frac{2}{9}$	$12 : 10 = 1\frac{2}{10}$
$11 : 8 = 1\frac{3}{8}$	$12 : 9 = 1\frac{3}{9}$	$13 : 10 = 1\frac{3}{10}$
и т. д. до	и т. д. до	и т. д. до
$80 : 8 = 10.$	$90 : 9 = 10.$	$100 : 10 = 10.$

Для надлежащаго усвоенія учениками первыхъ началъ дѣленія, советуемъ учителю основательнѣе пройти слѣдующее упражненіе, гдѣ дѣленіе представлено въ разныхъ измѣненіяхъ и въ строгой постепенности.

№ 23. ЧЕТЫРНАДЦАТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Разсматриваніе всякаго меньшаго числа, какъ какой-либо части отъ большаго.

Ученики уже имѣютъ понятіе о частяхъ единицы (См. № 6), о взаимномъ отношеніи этихъ частей и проч.; теперь объяснимъ, какимъ образомъ на каждое число можно смотрѣть какъ на часть или части другого числа. Сперва покажемъ ходъ дѣйствія по таблицѣ М 1.

Все, что учитель дѣлаетъ по этой таблицѣ, ученики должны писать на доскѣ цифрами.

I. Половины ($\frac{1}{2}$)

I есть половина отъ 2 \times I или II
 II — — — — 2 \times II — IIII

Примѣръ. Отъ какого числа 4 составляетъ пятую часть?

Отв. Отъ 20; потому что, положивъ $4 = \frac{1}{5}$ неизвестнаго числа, цѣлое число должно состоять изъ 5 частей, изъ которыхъ каждая равна 4, то есть, 5×4 или 20.

Воп. Отъ какого числа 8 есть треть?

Отв. Отъ 24. Если $\frac{1}{3}$ равна 8, то цѣлое или $\frac{3}{3}$ въ три раза болѣе, или 24.

Теперь станемъ опредѣлять какую часть одно и то же число, напр. 1 (также 2, 3, 4, 5 и пр.) составляетъ отъ всякаго другаго числа.

Вотъ рады:

I. *Единица.*

$$1 = \frac{1}{2} \text{ отъ } 2$$

$$1 = \frac{1}{3} \text{ — } 3$$

$$1 = \frac{1}{4} \text{ — } 4$$

и т. д.

IV. *Четыре.*

$$4 = \frac{1}{4} \text{ отъ } 4$$

$$4 = \frac{1}{3} \text{ — } 12$$

$$4 = \frac{1}{4} \text{ — } 16$$

$$4 = \frac{1}{5} \text{ — } 20.$$

и т. д.

VII. *Семь.*

$$7 = \frac{1}{7} \text{ отъ } 14$$

$$7 = \frac{1}{5} \text{ — } 21$$

$$7 = \frac{1}{4} \text{ — } 28$$

и т. д.

X. *Десять.*

$$10 = \frac{1}{2} \text{ отъ } 20$$

$$10 = \frac{1}{3} \text{ — } 30$$

$$10 = \frac{1}{4} \text{ — } 40.$$

и т. д.

II. *Два единицы.*

$$2 = \frac{1}{2} \text{ отъ } 4$$

$$2 = \frac{1}{3} \text{ — } 6$$

$$2 = \frac{1}{4} \text{ — } 8$$

и т. д.

V. *Пять.*

$$5 = \frac{1}{5} \text{ отъ } 10.$$

$$5 = \frac{1}{4} \text{ — } 15$$

$$5 = \frac{1}{4} \text{ — } 20.$$

и т. д.

VIII. *Восемь.*

$$8 = \frac{1}{8} \text{ отъ } 16$$

$$8 = \frac{1}{5} \text{ — } 24$$

$$8 = \frac{1}{4} \text{ — } 32$$

и т. д.

XI. *Одиннадцать.*

$$11 = \frac{1}{11} \text{ отъ } 22$$

$$11 = \frac{1}{5} \text{ — } 55$$

$$11 = \frac{1}{4} \text{ — } 44.$$

и т. д.

III. *Три.*

$$3 = \frac{1}{3} \text{ отъ } 6$$

$$3 = \frac{1}{5} \text{ — } 9$$

$$3 = \frac{1}{6} \text{ — } 12.$$

и т. д.

VI. *Шесть.*

$$6 = \frac{1}{6} \text{ отъ } 12$$

$$6 = \frac{1}{5} \text{ — } 18$$

$$6 = \frac{1}{4} \text{ — } 24.$$

и т. д.

IX. *Десять.*

$$9 = \frac{1}{9} \text{ отъ } 18$$

$$9 = \frac{1}{5} \text{ — } 27$$

$$9 = \frac{1}{4} \text{ — } 36$$

и т. д.

Сюда относятся слѣдующіе вопросы и задачи:

а) Сколько составляетъ единицъ половина отъ 2?

Сколько составляетъ единицъ половина отъ 2×2 ?

Чему равна половина отъ 2×6 ?

б) Сколько составляетъ 2×2 ?

Чему равна половина отъ 2×2 или 4?

Сколько же разъ надобно взять эту половину, чтобы получить снова 2×2 или 4?

Чему равна половина отъ 16?

Ученикъ размышляетъ такъ: если требуется отыскать одну половину отъ 16, то 16, какъ цѣлое число, должно быть раздѣлено на двѣ равныя части; это все то же, что найти, какое число должно взять дважды, чтобы получить 16. Это число есть 8, потому что $2 \times 8 = 16$.

Для трети, четверти и проч. наблюдаются тѣ же вопросы.

Задача. Я задумалъ такое число, которое если раздѣлить на двѣ равныя части, то на каждую придется по 6. Какое это число?

Рѣшеніе. Если половина искомаго числа составляетъ 6, то цѣлое $= 2 \times 6$ или 12.

Зад. Найдите такое число, которое если раздѣлить на 2 равныя части, то на каждую придется по 5!

Зад. Я задумалъ такое число, которое имѣетъ двѣ неравныя части; меньшая равна 1?

Зад. Сколько въ рабочей недѣлѣ дней, если 2 дня составляютъ третью часть рабочей недѣли?

Отв. Въ рабочей недѣлѣ 6 дней, потому что цѣлое имѣетъ *три трети*, и если на *одну треть* приходится два дня, то значить, что во всей недѣлѣ 3×2 или 6 дней.

Третья часть моих денег составляет 9 рублей. Сколько у меня денег?

Лѣта Саша составляютъ отъ лѣтъ Ивана *десятерину* часть. Сколько лѣтъ Ивану, когда Сашѣ 8 лѣтъ? —

Переходъ отъ одной части къ нѣсколькимъ частямъ искомаго числа.

Воп. Изъ моихъ денегъ я издержалъ *третью* часть; у меня осталось 8 рублей. Много ли я всего имѣлъ? —

Отв. Вы издержали *третью* часть; поэтому вы имѣли три такія части; двѣ части у васъ осталось, и онѣ составляютъ 8 рублей. Одна треть менѣе двухъ третей въ два раза; слѣдственно, если двѣ трети = 8 руб., то $\frac{1}{3} = 4$ р.; то три части или всѣ ваши деньги = $8 + 4 = 12$ р.

Изъ одного садка выловлено $\frac{2}{3}$ скупей; тамъ осталось 7. Сколько было всего въ садкѣ окуней? — 21.

Саша получаетъ отъ мамсеньки своей 7 вишенъ, а Костя какъ старшій братъ, 18 вишенъ; шестую часть своихъ вишенъ Костя отдалъ Сашѣ. Много ли стало вишенъ у Саши? — 10.

Петруша получилъ отъ своего учителя 12 листовъ бумаги, а Никола 9 листовъ. Если взять *половину* Петрушиной бумаги и *треть* Николиной и составить изъ нихъ тетрадку, то во сколько листовъ будетъ такая тетрадка? — 9

Много ли составитъ сумма двухъ такихъ чиселъ, изъ которыхъ *третья* часть одного есть 9, а четвертая часть другого восемь? — 59.

Найти такое число, которое составляетъ *шестую* часть отъ 7 сложенныхъ съ 11? — 3.

Одна мать купила три десятка вишенъ, старшему сыну дала 9 вишенъ, а прочія раздѣлила на тронхъ младшихъ дѣтей по равной части. Сколько получилъ каждый изъ младшихъ? — 7.

Въ моемъ кошелькѣ было 40 руб. Оттуда въ первый

разъ я взял $\frac{1}{7}$ всего числа, потомъ отъ остатка еще $\frac{1}{5}$. Сколько осталось въ кошелькѣ? — 24.

Еслибъ Володя былъ *вѣтсера* старѣе и сверхъ того прожилъ бы еще 3 года, то ему было бы 39 лѣтъ. Сколько лѣтъ Володѣ? — 9.

У меня есть нѣсколько книгъ; но еслибъ у меня было еще столько, да еще столько, и кромѣ того 17 книгъ, то я имѣлъ бы всего 50 книгъ. Сколько я имѣю книгъ? — 11.

$\frac{3}{4}$ частей дести и еще 9 листовъ, сколько всего листовъ? — 27.

Иванъ былъ мнѣ долженъ 48 руб., Петръ 25 руб., а Алексѣй 24 руб. Отъ перваго я получалъ *половину*, отъ втораго *плтвую долю*, а отъ третьяго одну *осьмую*. Сколько я получилъ отъ всѣхъ и сколько еще остается мнѣ получить? — 32, 65.

До сихъ - поръ мы выбирали такія числа, которыя одни на другія дѣлятся безъ остатка; теперь станемъ упражняться по числамъ, которыя при дѣленіи даютъ остатки.

Полосинки.

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \text{ отъ } 3 &= \frac{3}{2} \text{ или } 1\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} &- 5 = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} &- 7 = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2} \\ &\text{и т. д.}\end{aligned}$$

Трети.

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} \text{ отъ } 1 &= \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} &- 2 = \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} &- 3 = 1 \\ \frac{1}{3} &- 4 = 1\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} &- 5 = 1\frac{2}{3} \\ &\text{и т. д.}\end{aligned}$$

По примѣру здѣсь показанныхъ рядовъ не трудно составить и прочіе.

По соединеніи всѣхъ различныхъ рядовъ, которые само собою представляются наблюдательному преподавателю, можно составить слѣдующую общую таблицу:

$\frac{1}{2}$	отъ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.....	} до 100
$\frac{1}{3}$	— 1, 2, 3, 4, 5.....	
$\frac{1}{4}$	— 1, 2, 3, 4, 5.....	
$\frac{1}{5}$	— 1, 2, 3, 4, 5.....	
$\frac{1}{6}$	— 1, 2, 3, 4, 5.....	
$\frac{1}{7}$	— 1, 2, 3, 4, 5.....	
$\frac{1}{8}$	— 1, 2, 3, 4, 5.....	
$\frac{1}{9}$	— 1, 2, 3, 4, 5.....	
$\frac{1}{10}$	— 1, 2, 3, 4, 5.....	
$\frac{1}{12}$	— 1, 2, 3, 4, 5.....	
$\frac{1}{15}$	— 1, 2, 3, 4, 5.....	
и т. д.		

Наконецъ учитель знакомить учениковъ съ обыкновенными техническими названіями, которыя встречаются при дѣленіи, т. е. съ дѣлимымъ, дѣлителемъ и частнымъ. *Дѣлимымъ* называютъ число, которое требуется раздѣлить, а *дѣлителемъ* на которое дѣлятъ. *Частнымъ* же называется искомаѣ часть, которую получаютъ чрезъ дѣленіе, т. е. число, показывающее сколько разъ дѣлитель содержится въ дѣлимомъ. Дѣлимое отъ дѣлителя отдѣляется знакомъ двоеточія (:), а дѣлитель отъ частнаго знакомъ равенства (=). Вотъ такъ:

$$20 : 4 = 5.$$

$$\text{или еще такъ: } \begin{array}{r} \text{дѣлим.} \\ 20 \overline{) 4} \text{ дѣлитель.} \\ \underline{5} \text{ частное.} \end{array}$$

№ 24. ПЯТНАДЦАТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Повтореніе всего пройденнаго.

Учитель долженъ обратить вниманіе своихъ учениковъ на разныя формы вопросовъ и ршеній, какія присвоиваются каждымъ арифметическимъ дѣйствіемъ въ особенности

Задачи и вопросы.

а. *На умноженіе.*

1. Что значитъ дважды, трижды, четырежды взятое какое - нибудь число?
2. Сколько единицъ составляютъ 4 раза дважды 1? А 8 шестериковъ?
3. Чему равно утроенное число 9 (7, 6, 11 23 и т. д.)?
4. Какое число въ 3 раза больше 8 (5, 10, 12 17 и т. д.)?
5. Какое произойдетъ число отъ умноженія 7(6, 4, 3, 2 и пр.) на 9 (5, 4, 2, 7 и пр.)? —
6. Найти два числа, которыя, будучи умножены одно на другое, равнялись бы произведенію 4×5 ?

б. *На дѣленіе.*

1. Что я получу, если раздѣлю 15 (20, 25, 30 и т. д.) на 5 равныхъ частей?
2. Чему равняется 7-я часть отъ 21 (35, 42, 49 и т. д.)?
3. Какое число въ 5 разъ меньше 60?
4. Сколько разъ число 96 содержитъ въ себѣ 12?
5. Наименуйте число, которое составляетъ $\frac{1}{8}$ отъ 16 (24, 40, 56 и пр.)?
6. Что дастъ 36 дѣленное на 9?
7. Сколько разъ содержится 2 въ 12 (10, 14, 22, 30, и проч.)?

Здѣсь учитель сообщаетъ дѣтямъ слѣдующее правило:
Во всѣхъ произведеніяхъ содержится тѣ числа (сомножители), изъ которыхъ эти произведенія составлены.

8. Сколько разъ число 4 можно отнимать отъ 36?
9. Какое число, будучи взято 7 разъ, даетъ 42?
10. Сколько разъ 9 содержится въ 25?
11. Найдите $\frac{x}{7}$ отъ 15 (23, 48, 69 и проч.)!
12. Можно ли число 45 раздѣлить на 6 такихъ частей, чтобы въ каждой было по 7 единицъ?

Если учитель прищепит еще несколько новых выражений, которые употребляются при умножении и делении, то вероятно не замедлит сообщить ихъ дѣтямъ.

Сложныя задачи.

а. Умноженіе съ сложеніемъ.

- 1) $5 \times 6 + 4 = ?$
- 2) $3 \times 4 + 2 \times 3 = ?$
- 3) $17 + 4 \cdot 2 = ?$
- 4) $(5 + 3) 4 = ?$

б. Умноженіе съ вычитаніемъ.

- 1) $3 \times 9 - 5 = ?$
- 2) $8 \times 4 - 2 \times 3 = ?$
- 3) $73 - 4 \times 7 = ?$

в. Умноженіе съ сложеніемъ и вычитаніемъ.

- 1) 4×7 сложенное съ 9 и безъ 7 ед. $= ?$
- 2) $5 \times 4 + 3 \times 3 - 2 \times 5 ?$
- 3) 5 разъ взята разность между 16 и 20, сложенная съ разностью между 6 и 12, безъ произведенія ($5 \times 3 + 1$), сколько разъ содержитъ въ себѣ число 8? —

г. Дѣленіе, умноженіе, вычитаніе и сложеніе.

- 1) Къ шестой части $5\frac{1}{4}$ прибавьте 12 и отъ суммы отнимите число 19?
- 2) Изъ $\frac{1}{8}$. 72 отнимите 7 и потомъ къ остатку прибавьте 43!
- 3) $3 \times 6 + \frac{1}{5}$ отъ 35 $= ?$
- 4) $7 \times 12 - \frac{1}{9}$. 45 $= ?$

е. Составленіе сложныхъ частей.

1. Что составить 6 разъ взятая половина отъ 8

Если дѣти станутъ затрудняться при этихъ случаяхъ то раздробите вопросъ на нѣсколько частей. Впрочемъ, если все предыдущее пройдено основательно, то нѣтъ никакого

сомнѣнія, что дѣти будутъ отвѣчать теперь и скоро и свободно.

1) Треть 27, взятая 7 разъ, сколько составляетъ единицъ?

2) $\frac{7}{8}$ отъ 16 сколько разъ 2?

Выраженіе $\frac{7}{8}$ отчасти ново для дѣтей, поэтому учитель не долженъ слышать впередъ, пока не увѣрится, что они ясно его понимаютъ. Вотъ нѣсколько подобныхъ случаевъ.

1. Умножаютъ данную часть цѣлаго на натуральныя числа.

$$\begin{array}{ll} 1 \times \frac{1}{2} \text{ отъ } 2 = 1; & 1 \times \frac{1}{2} \text{ отъ } 4 = 2; \\ 2 \times \frac{1}{2} = 2 = 2; & 2 \times \frac{1}{2} = 4 = 4; \\ 3 \times \frac{1}{2} = 3 = 3; & 3 \times \frac{1}{2} = 6 = 6; \end{array}$$

и т. д.

и т. д.

Такимъ же образомъ умножаютъ $\frac{1}{2}$ на 6, 8, 10, 12 и пр.

$$\begin{array}{lll} \text{—} & \text{—} & \text{—} \quad \frac{1}{2} = 3, \quad 9, \quad 12, \text{ и пр.} \\ \text{—} & \text{—} & \text{—} \quad \frac{1}{2} = 4, \quad 8, \quad 12, \text{ и пр.} \\ \text{—} & \text{—} & \text{—} \quad \frac{1}{2} = 5, \quad 10, \quad 20 \text{ и пр.} \end{array}$$

и т. д.

2. Дробныя числа берутъ нѣсколько разъ.

$$\begin{array}{ll} \text{Вмѣсто } 7 \times \frac{1}{4} \text{ говорятъ } \frac{7}{4} \\ 7 \times \frac{1}{8} = \frac{7}{8} \\ 9 \times \frac{1}{10} = \frac{9}{10} \end{array}$$

3. Слѣдятъ часть съ цѣлымъ, и берутъ ее нѣсколько разъ.

$$\begin{array}{ll} 5 \times \frac{1}{2} \text{ отъ } 2 = 5 \times 1 = 5 \\ 5 \times \frac{1}{2} = 4 = 5 \times 2 = 10 \\ 5 \times \frac{1}{2} = 6 = 5 \times 3 = 15 \end{array}$$

и т. д.

Далѣе:

$$\begin{array}{ll} \frac{2}{3} \times 3 = 2 \times 1 = 2 & \frac{3}{4} \times 4 = 3 \times 1 = 3 \\ \frac{2}{3} \times 6 = 2 \times 2 = 4 & \frac{3}{4} \times 8 = 3 \times 2 = 6 \\ \frac{2}{3} \times 9 = 2 \times 3 = 6 & \frac{3}{4} \times 12 = 3 \times 3 = 9 \end{array}$$

и т. д.

и т. д.

f. Умноженіе части какого-либо числа на другую какую-либо часть.

1. $\frac{1}{4}$ отъ 16 умноженная на $\frac{1}{4}$ отъ 12 \equiv ?
2. $2 \times \frac{1}{5}$ 12 умножен. на $2 \times \frac{1}{5}$ отъ 40 \equiv ?
3. $\frac{1}{5}$ отъ 6 составляетъ половинную часть отъ какого числа?
4. $\frac{1}{5}$ отъ 20 составляетъ половинную часть отъ какого числа?
5. $\frac{2}{3}$ отъ 9 составляетъ половину числа, которое я задумалъ. Какое число я задумалъ?

g. Дѣленіе частей.

1. Чему равна половина отъ $\frac{1}{2}$. 18 \equiv ?
2. Что составляетъ половина отъ $3 \times \frac{1}{4}$, взятой отъ 16?
3. $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times 30 \equiv$?

i. Превращеніе части или частей цѣлаго въ произведение двухъ цѣлыхъ чиселъ.

1. $\frac{1}{4}$ отъ 16 сколько разъ составляетъ число 4?
- $\frac{5}{7}$ отъ 21 — — — — 3?

k. Превращеніе части или частей одного числа въ часть или части другого.

1. $\frac{1}{5}$ отъ 10 составляетъ какую часть отъ 6? —
2. $6 \times \frac{1}{3}$ отъ 24 сколько составляетъ пятыхъ отъ 90?
3. $10 \times \frac{2}{3}$ отъ 9 сколько содержитъ въ себѣ $\frac{2}{5}$ отъ 15? —

Отвѣтъ: $5 \times \frac{2}{3}$ отъ 15; потому что $\frac{1}{3}$ отъ 9 \equiv 3
 $10 \times 3 \equiv 30$; $\frac{1}{3}$ отъ 15 \equiv 5; $\frac{2}{3}$ отъ 15 \equiv 10; 30 \equiv 5 \times 6.

l. Разложеніе чиселъ.

$2 \equiv 1+1$ или 2×1 или 1×2 .

$$3 = 1 + 1 + 1 \text{ или } 3 \times 1 \text{ или } 1 \times 3.$$

$$2 + 1 \text{ или } 2 + \frac{1}{2} \text{ отъ } 2 \text{ или } 5 \times \frac{1}{5} \text{ отъ } 3.$$

$$4 = 1 + 1 + 1 + 1 \text{ или } 4 \times 1 \text{ или } 1 \times 4.$$

$$3 + 1 \text{ или } 3 + \frac{1}{2} \text{ отъ } 3 \text{ или } 4 \times \frac{1}{4} \text{ отъ } 4.$$

$$2 + 2 \text{ или } 2 \times 2.$$

$$5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \text{ или } 5 \times 1 \text{ или } 1 \times 5.$$

$$4 + 1 \text{ или } 1 \times 4 + \frac{1}{4} \text{ отъ } 4 \text{ или } 1 \times 4 + 1.$$

$$3 + 2 \text{ или } 1 \times 3 + 2 \times \frac{1}{2} \text{ отъ } 3 \text{ или } 3 + \frac{1}{3} \cdot 3.$$

$$3 + 2 + 1 \text{ или } 2 \times 2 + \frac{1}{2} \text{ отъ } 2.$$

$$6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \text{ или } 6 \times 1 \text{ или } 1 \times 6.$$

$$5 + 1 \text{ или } 1 \times 5 + \frac{1}{5} \text{ отъ } 5.$$

$$2 + 4 \text{ или } 1 \times 2 + 1 \times 4.$$

$$3 + 3 \text{ или } 3 \times 2.$$

$$2 + 2 + 2 \text{ или } 3 \times 2.$$

$$4 \text{ и } \frac{1}{2} \text{ отъ } 4.$$

Такимъ образомъ можно разлагать и всѣ прочія числа до 10. Это упражненіе весьма важно для мыслящаго ученика.

Вотъ примѣръ изъ сложныхъ чиселъ.

$$15 = 3 \times 5; 5 \times 3; 6 \times 2 + 3; 7 \times 2 + 1; 4 \times 3 + 3; \\ 2 \times 6 + 3; 2 \times 7 + 1; 3 \times 3 + 6; 5 \times 3 + 2 \times 3; \\ 2 \times 4 + 2 \times 3 + 1; 1 \times 4 + 1 + 2 \times 5; 2 \times 4 + 2 \times \\ 2 + 3; 3 \times 3 + 2 \times 2 + 2; 2 \times 5 + 2 \times 2 + 1; 2 \times \\ 2 + 3 \times 4 = 1; 3 \times 3 + 1 + 2 \times 2 + 1; 6 \times 3 = \frac{1}{2} \\ \text{отъ } 6; 5 \times 4 = \frac{1}{2} \text{ отъ } 10.$$

и т. д.

Отдѣльныя задачи.

- 1) 12×4 есть 2 раза 8 и еще сколько разъ 4?
- 2) 12 во сколько разъ больше ; отъ 8?
- 3) Какимъ различнымъ образомъ число 30 можетъ быть раздѣлено на равныя части? (5×6 ; 3×10 ; 10×3 ; 2×15 ; 15×2).
- 4) Разложите число 24 на всѣ возможные части!

Эти задачи, требующія длинныхъ рѣшеній, даютъ ученику лучшее средство занимать учениковъ сообразно способностямъ и успѣхамъ каждаго. Если учитель, особенно

въ многолюдныхъ классахъ, ввести въ преподаваніе *Вспомогательный порядокъ*, столь счастливо введенный въ школахъ Данин и о которомъ иѣкогда такъ много было писано въ Педагогическомъ Журналь, то смѣло можно увѣрить, успѣхи будутъ удовлетворительные.

т. *Приложенія мѣръ длины, вѣса и проч.*

1) 2 пуд. 5 ф. сколько всего фунтовъ?

Отв. 1 пудъ $\equiv 40$ ф.; 2 п. $\equiv 2 \times 40$ или 80 ф.; 80 + 5 $\equiv 85$ ф.

2) Въ 99 ф. сколько пудъ?

Отв. 2 пуд. 19 ф.; 99 $\equiv 80 + 19$; 80 $\equiv 2 \times 40$

3) Въ $\frac{2}{3}$ пудъ сколько фунтовъ?

4) $\frac{5}{8}$ пуда много ли фунтовъ?

5) $\frac{5}{8}$ ф. + 19 лот. сколько всего лотовъ?

Отв. 59 лот.; 1 ф. $\equiv 52$ л.; $\frac{1}{8}$ отъ 52 $\equiv 4$; 5 \times 4 $\equiv 20$; 20 + 19 $\equiv 39$.

6) 1 мѣс. + $\frac{1}{2}$ м. + $\frac{1}{3}$ м. + $\frac{1}{5}$ м. + $\frac{1}{6}$ м. + $\frac{1}{10}$ м. сколько дней?

Отв. 69 дней; 1 м. $\equiv 30$ дн.; $\frac{1}{2}$ м. $\equiv \frac{1}{2}$ отъ 30 д. $\equiv 15$ д.; $\frac{1}{3}$ м. $\equiv 10$ д.; $\frac{1}{5}$ м. $\equiv 6$ д.; $\frac{1}{6}$ м. $\equiv 5$ д.; $\frac{1}{10}$ м. $\equiv 3$ дн.; 30 + 15 + 10 + 6 + 5 + 3 $\equiv 69$ д.

7) Въ каждый мѣсяць издерживается муки 4 куля 2 четв. — Сколько это составитъ въ годъ, если въ каждый мѣсяць будетъ издерживаться одинаковое количество?

Отв. 51 куль; потому что если въ 1 м. 4 к. 2 четв., то въ 1 годъ или 12 мѣс. въ 12 разъ больше. 12×2 четв. $\equiv 24$ четв. или 3 кул.; 4×12 к. $\equiv 48$ кул.; 48 + 3 $\equiv 51$ кулю.

и т. д.

п. *Разностороннее разсматриваніе чиселъ.*

Послѣ всѣхъ пройденныхъ упражненій, мы въ состояніи теперь рассмотреть числа отъ 1 до 100 со всѣхъ точекъ

прійял. Возьмемъ для этого также число 24, которое мы разсматривали въ № 18.

- 1) Въ какомъ ряду десятковъ находится 24? —
- 2) Которое число оно составляетъ въ этомъ ряду?
- 3) Какое число ему предшествовать?
- 4) Какое слѣдуетъ за нимъ?
- 5) Разложите его на пары!
- 6) Разложите на пятки и десятки!
- 7) Какъ произошло это число?
- 8) Сколько надобно прибавить къ 7, чтобы вышло 24?
- 9) Сколько надобно отнять отъ 43, чтобы получить 24?
- 10) Какъ можно получить это число посредствомъ умноженія?
- 11) Отъ какого числа 24 составляетъ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$?
- 12) На какія равныя части можетъ быть раздѣлено это число? — Еще какъ?
- 13) Чему равна $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{12}$ отъ 24?
- 14) Чему равна $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$ и т. д. отъ 24?
- 15) Чему равны $\frac{5}{6}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{2}{3}$ отъ 24?
- 16) Отнимите отъ этого числа $\frac{1}{2}$ части! $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ и пр.!
- 17) Что получится, если приложить эти части къ 11, 15, 19 и т. д.?
- 18) Сравните 24 съ другими числами, наприм. 16, 18 и проч., и узнайте какую часть они составляютъ отъ 24?

Отв. $16 = \frac{2}{3}$ отъ 24; $18 = \frac{3}{4}$ отъ 24 и проч.

Примѣненія Одна женщина понесла на рынокъ 30 ѱ. масла, и продала тамъ третью часть его. Съ остальнымъ масломъ она пошла во второй разъ на рынокъ, и продала столько, что отъ всего масла у нея осталось только 2 фунта. Сколько она продала въ первый разъ, сколько во второй и много ли въ оба раза?

Девяти работникамъ заплачено за работу 72 р., которые деньги они раздѣлили поровню между собою. Первый изъ нихъ долженъ былъ уплатить долгу $\frac{1}{2}$ своей доли, другой $\frac{1}{4}$, третій $\frac{1}{6}$, четвертый $\frac{1}{8}$, пятый $\frac{3}{8}$, шестой $\frac{5}{8}$, седьмой $\frac{7}{8}$, восьмой $\frac{1}{2}$ безъ 2 руб., а девятый $\frac{1}{2}$ съ 3 рублями. Сколько у каждаго осталось?

Одинъ мальчикъ имѣлъ 18 листовъ бумаги; 6-ю часть этой бумаги онъ употребилъ на тетрадь, а 7 листовъ подарилъ сестрѣ своей. Сколько еще листовъ осталось у него? — 8.

Александръ вдвое больше Петра подарилъ нищему, а оба вмѣстѣ подарили всего 18 грошей. Александръ изъ своихъ денегъ подарилъ третью часть, а Петръ половину. Много ли всего было денегъ у обоихъ? — 48.

24 руб. составляютъ отъ моихъ денегъ $\frac{2}{3}$, а отъ денегъ Владимира $\frac{3}{8}$. У котораго изъ насъ болѣе денегъ, и чѣмъ именно? — 28.

Если кажды́й день употреблять на сонъ $\frac{1}{3}$ сутокъ, то сколько это составитъ часовъ въ недѣлю? — 56.

Сколько составитъ половина отъ неизвестнаго числа, котораго $\frac{1}{8}$ составитъ 3? — 24.

Семерное неизвестное число составитъ третью часть отъ 63. Какъ велико одно неизвестное число? — 5.

Возьмите число 5, умножьте на 9, прибавьте къ произведенію единицу, отнимите отъ суммы $\frac{2}{3}$ числа 53, и узнаете число, которое я задумалъ! — 24.



ТРЕТІЯ СТЕПЕНЬ.

ДѢЙСТВІЯ НАДЪ ЦѢЛЫМИ ЧИСЛАМИ ВООБЩЕ.

Если первый двѣ Степени, изъ которыхъ Вторая есть только продолженіе Первой, пройдены основательно, то ничто не препятствуетъ теперь рассмотреть цѣлыя числа во всей ихъ общности; то есть примѣнить законы, изложенные для первыхъ ста чиселъ ко всѣмъ числамъ, и такимъ образомъ вполне развить ученіе о главныхъ или основныхъ арифметическихъ дѣйствіяхъ. Какъ во Второй Степени такъ и здѣсь, мы не отдѣляемъ именованныхъ чиселъ отъ отвлеченныхъ, и только составныя именованныя, по особенностямъ нѣкоторыхъ пріемовъ, добавляемъ въ дополненіи къ этой Степени. —

№ 25. ПЕРВОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Счисленіе (пумерація).

I. *Чтеніе и письмо чиселъ, состоящихъ изъ трехъ и четырехъ цифръ.*

а. *Изустно.*

Какъ — »десять единицъ называютъ *десятью*»,

Такъ »десять десятковъ называютъ *сотнею*,

Часть I.

Два раза десять десятковъ — *двамъ сотнями или
двѣсти*;

Три раза десять десятковъ — *тремъ сотнями или
триста*;

Четыре — — — *четыремъ сотнями
или четыреста, и т. д.*

Десять разъ десять десятковъ называютъ *десятью сотнями или тысячею*.

Для наглядности, пусть учитель напишетъ на большой доскѣ 100 черточекъ: тогда дѣти легко себя представить, что такое значить *двѣсти*, *триста* и проч. Сюда относятся слѣдующіе вопросы: *шесть разъ десять десятковъ* сколько составляютъ единицъ? — Сколькомъ десяткамъ равны *четыре сотни*? — Вместо *четыреста* какъ можно сказать? — Сколько десятковъ въ *девяти стахъ*? и проч. и проч.

Какъ съ чистыми десятками можно соединять единицы, такъ съ сотнями можно соединять десятки и единицы.

Отъ *ста* считаемъ далѣе такъ:

а) Одна сотня и одна единица или *сто одна*;
одна сотня и двѣ — или *сто два*;
одна сотня и три — или *сто три*, и т. д.
до: одна сотня и девяносто девять или *сто девяно
сто девять*. Потомъ

б) одна сотня и еще одна сотня или *двѣсти*;
двѣ сотни и одна или *двѣсти одна*;
двѣ сотни и два или *двѣсти два*, и т. д.
Наконецъ: десять сотенъ или *тысяча*.

При всякомъ новомъ десяткѣ учитель останавливается безпрерывно дѣлая ученикамъ частные вопросы.

Для разнообразія, не худо превращать сотни въ десятки въ одни десятки. Напримѣръ:

Одна сотня и десять единиц все равно, что один-
пацать десятковъ;

одна сотня и двадцать единиц все равно, что
двѣнадцать десятковъ, и т. д.

Двѣ сотни и тридцать единиц или двадцать три
десятка, и т. д.

Если не считаемъ за необходимое, чтобы учитель прошелъ по порядку всѣ ряды отъ 1 до 1000, по крайней мѣрѣ онъ долженъ довести учениковъ до того, чтобы они скоро и безошибочно могли отвѣчать на вопросы, подобные слѣдующимъ:

1) Что значить *четыреста тридцать*?

Отв. 1, четыре сотни и три десятка; 2, сорокъ три десятка; 3, четыреста единиц и еще тридцать единиц.

2) Какъ проще можно выговорить число, состоящее изъ *трехъ сотень*, семи *десятковъ* и *деяти единицъ*? —

Отв. Триста семьдесятъ девять единицъ.

Тотъ же ходъ дѣйствія и въ счисленіи тысячами, съ соблюденіемъ строгой постепенности. Считаютъ:

а) чистыя тысячи;

б) тысячи и сотни;

с) тысячи, сотни и десятки;

д) тысячи, сотни, десятки и единицы.

Очевидно, что здѣсь уже теряется внѣшняя наглядность, и потому учитель долженъ обратить особое свое вниманіе на внутреннюю наглядность, на законы составленія различныхъ разрядовъ чиселъ. Ясно также, что по причинѣ множества чиселъ и послѣдовательные ряды не имѣютъ тутъ мѣста. Уп-

раженіе по необходимости ограничивается отдельными вопросами.

Примѣненіе. Какое число слѣдуетъ за 1320? — Какое число предшествуетъ 2394? — Начните считать съ 3272 и окончите числомъ 3317! — Считайте назадъ отъ 1123 до 1098!

Задача. Разложить 6728 на его составныя части

Отвѣтъ. $6728 =$ а) 6 тысячамъ, 7 сотнямъ, 2 десяткамъ и 8 единицамъ;

б) 67 сотнямъ, 2 десяткамъ и 8 единицамъ;

в) 672 десяткамъ и 8 единицамъ.

Какъ соединить въ одно число 9 тысячъ, 6 сотенъ, 5 десятковъ и 8 единицъ?

Ограничивая словесное счисленіе десятью тысячами, переходимъ къ письменному.

β. *Письменно.*

Если для изображенія десятковъ требовались двѣ цифры, то для письма сотенъ нужны три цифры:

1. *Чистыя сотни пишутся такъ:*

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900.

При этомъ случаѣ учитель поступаетъ двояко или самъ пишетъ эти числа на классной доскѣ, ставляя учениковъ прочитывать ихъ вслухъ; или сперва диктуетъ имъ чистыя десятки (10, 20, 30 и пр.), которые въ то же время самъ пишетъ на доскѣ, и потомъ объясняетъ, какимъ образомъ чрезъ прибавленіе нуля составляются сотни, и какъ чрезъ это цифра, которая изображала десятки, передвигается на третье мѣсто отъ правой руки къ лѣвой. Но здѣсь онъ долженъ показать дѣтямъ не только

счисленіе отъ правой руки къ лѣвой и различіе между мѣстами единицъ, десятковъ и сотенъ, но также и то, что нуль самъ по себѣ не имѣетъ никакого значенія и употребляется лишь въ томъ случаѣ, когда хотѣтъ означить, что въ такомъ-то числѣ нѣтъ единицъ или десятковъ и проч.

2. *Сотни съ чистыми десятками.*

110, 210, 310,
120, 220, 320,
130, 230, 330, и т. д.

Для составленія этихъ рядовъ сперва диктуются десятки, потомъ чрезъ прибавленіе по одной цифрѣ составляются трехцифровыя числа (10 — 110; 10 — 210 и проч.). Можно также, продиктовавъ десятки и единицы, прибавлять съ правой стороны по нулю. Во всякомъ случаѣ дѣти должны показать причину, почему именно вновь образовавшееся число должно читать иначе, нежели прежде продиктованное.

3. *Сотни, соединенныя съ десятками и единицами.*

а) 101, 201, 301,
102, 202, 302,
103, 203, 303 и т. д.

или

б) 111, 211, 311,
112, 212, 312,
113, 213, 313 и т. д.

Полезно также при этомъ случаѣ заняться перестановкою цифръ въ какомъ-либо числѣ. Это занятіе лучше всего заставить дѣтей обратить вниманіе на мѣста, занимаемыя цифрами въ какомъ-либо ряду.

Уч. (написавъ на большой доскѣ число 579.

Если цифру 5 поставить на второе мѣсто отъ правой руки, а цифру 7 на третье, то какое получите число?

Д. 759.

У. Это число болѣе или менѣе втораго?

Д. Оно болѣе перваго.

У. Но въ немъ только 5 десятковъ, тогда какъ въ первомъ числѣ было 7 десятковъ?

Д. За то въ этомъ числѣ 7 сотенъ.

У. Переставляя различнымъ образомъ цифры, которыя изображають число 579, какія новыя числа получите?

Д. 795, 597, 957, 975.

У. И такъ три цифры сколько даютъ всего перестановленій?

Д. Шесть перестановленій, а потому тремя цифрами можно изобразить шесть разныхъ чиселъ.

У. Чтобы получить шесть разныхъ чиселъ могутъ ли быть даны одинакія цифры?

Д. Нѣтъ; потому что одинакія цифры даютъ только одно число; наприм. 222, 666 и проч.

У. Сколько чиселъ можно изобразить тремя цифрами, если между ними будетъ два нуля?

Д. Только три; напр. если данныя цифры суть 7, 0, 0, то посредствомъ ихъ можно написать 700, 70, 7.

Все, что мы сказали на счетъ изображенія чиселъ, непревышающихъ сотни, должно отнести и къ изображенію чиселъ, состоящихъ изъ тысячъ. Здѣсь соблюдается та же постепенность, какъ и въ первомъ случаѣ, и вотъ ряды для этого:

4. *Чистыя тысячи.* —

Овъ суть: 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000,
8000, 9000.

5. *Тысли въ соединеніи съ сотнями.*

1100, 2100,
1200, 2200,
1300, 2300, и т. д.

6. *Тысли въ соединеніи съ десятками.*

1010, 2010,
1020, 2020,
1030, 2030, и т. д.

Отчего на третьемъ мѣстѣ вездѣ стоитъ нуль? — Отчего на первомъ мѣстѣ также нуль? Сколько всего десятковъ въ числѣ 1080?

7. *Тысли и единицы.*

1001, 2001, 3001,
1002, 2002, 3002,
1003, 2003, 3003.

Отчего во всѣхъ числахъ на второмъ и третьемъ мѣстахъ стоятъ нули?

8. *Тысли въ соединеніи съ сотнями и десятками.*

9. *Тысли въ соединеніи съ сотнями, десятками и единицами.*

Да не почтутъ излишней эту строгую постепенность, которой мы придерживаемся. Она необходима для успешнаго преподаванія. Не должно рассчитывать на однихъ даровитыхъ способностей: самые слабые ученики — вотъ достойная мѣта истиннаго филантропа — учителя!

II. *Чтеніе и письмо цифръ, состоящихъ изъ пяти, шести, семи и больше цифръ.*

1) Десятки тысячъ занимаютъ пятое мѣсто отъ правой руки къ лѣвой; потому цифра 1, стоящая на пятомъ мѣстѣ, читается такъ: *десять тысячъ*.

Цифра 2, стоящая на пятомъ мѣстѣ — *двадцать тысячъ*;

Цифра 3, стоящая на пятомъ мѣстѣ — *тридцать тысячъ*, и т. д.

У. Прибавьте къ 1000 съ правой стороны нуль, и получите десять тысячъ (10000); прибавьте такимъ же образомъ нуль (0) къ 2000, получите двадцать тысячъ (20000), и т. д.

У. Прочтите слѣдующіе ряды:

a) 12000	b) 30670	c) 43260	g) 54327
30001	35400	43206	54372
30020	30027	43026	54732
30300	52000	40326	57432
33000	и проч.	и проч.	57423
и проч.			и проч.

У. Если нуль стоитъ на первомъ мѣстѣ съ правой руки, то что онъ показываетъ?

Д. Что не имѣется единицъ.

У. А на третьемъ?

Д. Что нѣтъ сотенъ.

2) Сотни тысячъ занимаютъ *шестое* мѣсто отъ правой руки къ лѣвой.

Если число состоитъ изъ пяти цифръ, то что означаетъ въ немъ первая цифра отъ лѣвой руки къ правой?

У. Какъ вы изобразите *триста тысячъ*?

Д. Вотъ-какъ: 300000.

У. Почему вы поставили послѣ цифры 3 пять нулей?

Д. Чтобы показать, что въ этомъ числѣ, кромѣ сотенъ тысячъ, нѣтъ ни десятковъ тысячъ, ни тысячъ, ни сотенъ, ни десятковъ, ни единицъ.

У. Какое бѣ число изобразили, еслибъ послѣ цифры 3 поставили только четыре нуля?

Д. Тридцать тысячъ.

У. А еслибъ на третьемъ мѣстѣ поставили вмѣсто нуля цифру 7?

Д. Тогда бы получили *тридцать тысячъ семьсотъ*.

У. И такъ на первомъ мѣстѣ отъ правой руки къ лѣвой стоятъ единицы, на второмъ — десятки, на третьемъ — сотни, на четвертомъ — тысячи, на пятомъ — десятки тысячъ, на шестомъ — сотни тысячъ. Или другими словами: для изображенія единицъ употребляютъ одну цифру, для изображенія десятковъ употребляются двѣ цифры;

—	—	сотень	—	три	— ;
—	—	тысячъ	—	четыре	— ;
—	—	десятковъ тысячъ	—	пять	цифръ ;
—	—	сотень тысячъ	—	шесть	— .

У. Напишите *девятьсотъ девяносто девять тысячъ, девятьсотъ девяносто девять единицъ!*

Дѣти пишутъ:

999999.

У. Еслибъ теперь требовалось изобразить число, которое было бы *единицею* болѣе этого, то какъ бы вы поступили?

$$\begin{array}{r} 999999 \\ + 1 \\ \hline 1000000. \end{array}$$

Вмѣсто девяти единицъ сколько теперь имѣете?

Д. Десять единицъ.

У. Это все равно, что сколько десятковъ?

Д. Одинъ десятокъ.

У. Десятки стоятъ на которомъ мѣстѣ отъ правой руки?

Д. На второмъ.

У. Если единицы превратите въ десятки, то вмѣсто единицъ что должны поставить на первомъ мѣстѣ новаго числа?

Д. Нуль.

У. Хорошо! напишите нуль! — Сколько у васъ теперь всего десятковъ?

Д. 9 и 1 или 10 десятковъ.

У. Что можно взять вмѣсто 10 десятковъ?

Д. Одну сотню.

У. Превративъ десятки въ сотни, болѣе не имѣете ни одного десятка. Какъ же это показать цифрами?

Д. На второмъ мѣстѣ надобно поставить такъ же нуль.

Д. Полученная отъ десятковъ сотня, будучи прибавлена къ 9 сотнямъ, составитъ 10 сотенъ или одну тысячу. И такъ на третьемъ мѣстѣ вмѣсто сотенъ что поставите?

Д. Тоже нуль.

У. Девять тысячъ — одна тысяча все равно, что десять тысячъ или одинъ десятокъ тысячъ. На которомъ мѣстѣ ставятъ десятки тысячъ?

Д. На пятомъ.

У. Хорошо! что же поставите на четвертомъ мѣстѣ?

Д. Еще нуль.

У. Если полученный десятокъ тысячъ прибавите къ девяти десяткамъ тысячъ, то что получите?

Д. Десять десятковъ или сто тысячъ.

У. Такъ какъ сотни тысячъ ставятся на шестомъ мѣстѣ отъ правой руку къ лѣвой, то на пя-

томъ мѣстѣ новаго числа надобно также поставить нуль, который покажетъ, что въ этомъ числѣ нѣтъ и десятковъ тысячъ. Сколько всего постановлено нулей?

Д. Пять нулей.

У. Т. е. эти нули показываютъ, что въ изображаемомъ числѣ нѣтъ ни единицъ, ни десятковъ, ни сотенъ, ни тысячъ, ни десятковъ тысячъ. Обратившись теперь къ послѣдней цифрѣ данного числа. — Что означаетъ эта цифра?

Д. Девятьсотъ тысячъ.

У. А отъ сложенія десятковъ тысячъ, что получили?

Д. Сто тысячъ.

У. Если къ девятистамъ тысячамъ прибавите еще сто тысячъ, то сколько получите? —

У. Девяносто тысячъ и сто тысячъ составляютъ всего *тысячу тысячъ*. *Тысячу тысячъ* обыкновенно называютъ *милліономъ*.

Но получивъ отъ сложенія тысячъ милліонъ, имѣете ли вы теперь кромѣ того сколько-нибудь сотенъ тысячъ?

Д. Ни одной не имѣемъ.

У. И такъ на шестомъ мѣстѣ новаго числа что поставите?

Д. Кажется, надобно поставить нуль.

У. Точно такъ! милліонъ же займетъ седьмое мѣсто отъ правой руки къ лѣвой. Какъ всего получили одинъ милліонъ, то предъ шестью нулями должно поставить цифру 1.

Если бъ требовалось изобразить два милліона, то вы написали бъ такъ:

2,000,000,
Три милліона — 3,000,000,
Четыре милліона — 4,000,000,
и т. д.

Какъ отъ единицъ считаютъ до милліоновъ, такъ отъ милліоновъ счигаютъ до милліона милліоновъ или *билліона*. Поэтому:

Единицы милліоновъ	ставятъ	на	<i>седьмомъ</i>	мѣстѣ;
Десятки	—	—	<i>восьмомъ</i>	— ;
Сотни	—	—	<i>девятомъ</i>	— ;
Тысячи	—	—	<i>десятомъ</i>	— ;
десятки тысячъ милліоновъ	—		<i>одиннадцатомъ</i>	;
сотни тысячъ	—		<i>двѣнадцатомъ</i>	;
билліоны (милліоны милліоновъ)	—		<i>тринадцатомъ</i>	.

Отъ 13 - го до 49 - го мѣста идутъ билліоны;
— 19 - го до 25 - го — — трилліоны;
— 25 - го до 31 - го — — квадрилліоны;

и т. д.

Мы сказали, что отъ милліоновъ до билліоновъ считаютъ также, какъ и отъ единицъ до милліоновъ; поэтому

Какъ есть единицы тысячъ, такъ есть и единицы милліоновъ (1,000,000).

Какъ есть десятки тысячъ, такъ есть и десятки милліоновъ (10,000,000).

Какъ есть сотни тысячъ, такъ есть и сотни милліоновъ (100,000,000), и проч.

Изъ этого слѣдуетъ: 1, что каждая послѣдующая цифра отъ правой руки къ лѣвой означаетъ въ десять разъ больше того, что предыдущая; 2, что каждая цифра имѣетъ два названія: одно для числа, другое для мѣста, занимаемаго ею въ ряду прочихъ

Примѣчаніе. Извѣстно, что относительно мѣста билліоновъ не все народы слѣдуютъ одному правилу. Нумерація по Французской методѣ легче нашей, потому что у Французовъ каждый отдѣлъ имѣетъ особое названіе; такъ билліонъ занимаетъ у нихъ десятое мѣсто, трилліонъ — тринадцатое и т. д. Впрочемъ нѣтъ надобности тратить много времени надъ счисленіемъ билліонами, трилліонами и проч. Эта пустая игра надъ воображаемыми числами въ сущности ничего не прибавляетъ. Учитель благоразуміе поступить, если ограничится не столь огромными числами, но постарается за то придать сколько можно болѣе разнообразія своимъ упражненіямъ. Пусть лучше болѣе диктуется, нежели самъ пишетъ требуемыя числа. Диктовка, отстраняя механизмъ, заставляетъ учениковъ сохранять вниманіе къ преподаванію.

Не должно также обременять память учениковъ изъясненіями различныхъ системъ нумераціи, какъ то: двузначной, пятизначной, и проч.; лучше познакомить ихъ съ употребленіемъ Славянскихъ и Римскихъ цифръ. Для этой цѣли мы помѣстимъ здѣсь сравнительную таблицу Арабскихъ, Славянскихъ и Римскихъ цифръ.

ТАБЛИЦА

Арабскихъ, Славянскихъ и Римскихъ цифръ.

Арабск. или обык. цифры.	Славянск. цифры	Римск. цифры.	Арабск. или обык. цифры.	Славянск. цифры	Римск. цифры.
1	Ѡ	I	10	Ѡ̅	X
2	Ѣ	II	11	Ѡ̅Ѡ̅	XI
3	Ѥ	III	12	Ѡ̅Ѡ̅Ѡ̅	XII
4	Ѧ	IV	19	Ѡ̅Ѡ̅Ѡ̅Ѡ̅	XIX
5	Ѩ	V	20	Ѣ̅	XX
6	Ѭ	VI	21	Ѣ̅Ѡ̅	XXI
7	Ѯ	VII	22	Ѣ̅Ѡ̅Ѡ̅	XXII
8	Ѱ	VIII	30	Ѡ̅̅	XXX
9	Ѳ	IX	40	Ѡ̅̅̅	XL

50	И	L	300	ѣ	CCC
60	Ѥ	LX	400	Ѧ	CD
70	Ѧ	LXX	500	Ѩ	D или IC
80	И	LXXX	600	Ѭ	DC
90	Ѫ	XC	700	Ѯ	DCC
100	Ѭ	C	800	Ѱ	DCCC
123	ѲѢѢ	CXXIII	900	Ѳ	CM
200	Ѵ	CC	1000	Ѵ	M или CIC
	1832	ѶѶѶѶ	MDCCCXXXII.		

Примеченіе. Отъ Петербурга до Москвы считается 700 верстъ. — Въ каждомъ изъ кадетскихъ корпусовъ полагается до 500 воспитанниковъ. — Самая большая рѣка въ Европѣ есть Волга: она протекаетъ пространство слишкомъ въ 3000 верстъ. — Рѣдкіе люди живутъ 100 лѣтъ; однако были примѣры, что нѣкоторые жили до 155 лѣтъ! — Отъ Рождества Христова прошло 1858, а отъ Сотворенія Мира 7546 лѣтъ. — Девалагира, самая высокая гора на Земномъ Шарѣ, имѣетъ вышины 26460 футовъ. — Гора Араратъ имѣетъ 16,000 фут. высоты; огнедышащая гора Этна 11,000 фут., а Везувій 3500 фут. — Самая большая библіотека въ Европѣ есть Парижская, въ ней считается до 500,000 томовъ. — Въ Россіи считается около 1000000 войска. — Луна отстоитъ отъ Земли на 360,000 верстъ. — Въ Европѣ полагаютъ до 220,000,000 жителей, а въ Азіи до 600,000,000. Въ одной Россіи считаютъ 60,000,000 жителей. — С Петербурга имѣетъ 480,000 жителей, а Москва до 400,000 жителей. — Въ Лондонѣ и его окрестностяхъ слишкомъ 2,000,000 жителей. — Первый Русскій Государь былъ Рюрикъ; онъ вступилъ на престолъ въ 862 году по Р. Х. — Россія находилась подъ игомъ Татаръ слишкомъ 200 лѣтъ. — Колоколъ Ивана Великаго считается самымъ большимъ изъ всѣхъ извѣстныхъ колоколовъ; въ немъ вѣсу 12,000 пудъ. — Самые величайшія зданія, какія когда-либо воздвигалъ чело-вѣкъ, суть Египетскія пирамиды; одна изъ нихъ имѣетъ

высоты 440 футовъ. — Императоръ Петръ Великій родился въ 1662 году, а умеръ въ 1725 году. На всемъ Земномъ Шарѣ около 1000,000,000 жителей.

Какъ вы думаете, любезныя дѣти, можно ли составить себѣ понятіе о самыхъ огромныхъ числахъ? — Есть ли въ природѣ такое множество одинаковыхъ предметовъ, что для счисленія ихъ мало билліоновъ, трилліоновъ и т. д.? — Можно ли каждый изъ васъ сосчитать, сколько у него на головѣ волосовъ? — Сколько въ лѣсу листьевъ? — На небѣ звѣздъ? — Въ горѣ песчинокъ? — Въ морѣ капель? — Такъ огромна природа въ своихъ размѣрахъ! Сколь же велико могущество Творца, который сотворилъ Вселенную и ея управлять! Дивясь созданію Его, не престанемъ же дивиться Его премудрости.

№ 26. ВТОРОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Сложеніе.

а. Изустно.

При изустномъ исчисленіи не должно употреблять слишкомъ большихъ чиселъ. Здѣсь главное дѣло состоитъ въ усвоеніи законовъ исчисленія, а не въ огромности выводовъ. При большихъ числахъ законы только повторяются, но не измѣняются; между тѣмъ эти числа требуютъ сильнаго напряженія способности вниманія и вовсе не податливы дѣтлѣ. И такъ въ изустномъ исчисленіи мы ограничимся трехъ и четырехъчленными числами.

1. Сложеніе чистыхъ десятковъ, сотенъ и тысячъ

1. Если $3 + 5 = 8$,

то и $3 \text{ дес.} + 5 \text{ д.} = 8 \text{ десят. или } 80 \text{ едн.}$

$3 \text{ сот.} + 5 \text{ сот.} = 8 \text{ сот. или } 800 \text{ едн.}$

$3 \text{ тыс.} + 5 \text{ тыс.} = 8 \text{ тыс. или } 8000 \text{ едн.}$

2. $7 + 15 = 12$.

Поэтому и $7 \text{ дес.} + 5 \text{ дес.} = 12 \text{ дес. или } 120 \text{ едн.}$

$7 \text{ сот.} + 5 \text{ сот.} = 12 \text{ сот. или } 1200 \text{ едн.}$

$7 \text{ тыс.} + 5 \text{ тыс.} = 12 \text{ тыс. или } 12000 \text{ едн.}$

Должно до тѣхъ поръ упражнять учениковъ въ этихъ рядахъ, пока убѣдится, что они пріобрѣли въ исчисленіи ихъ и навыкъ и ловкость.

Въ первый день вышло изъ одного города 500 солдатъ, а въ другой 900 солдатъ, сколько вышло въ оба дня?

Отв. 14 сотень или 1400 солдатъ; потому что если 5 и 9 составляютъ 14, то и 5 сотень + 9 сот. = 14 сот. или 1400.

А. получилъ 600 руб., а Б. 8-юстами рублями болѣе нежели А. Сколько получилъ Б?

3) $12 + 8 = 20$.

Поэтому $12 \text{ дес.} + 8 \text{ дес.} = 20 \text{ дес.}$ или 200 един.

$12 \text{ сот.} + 8 \text{ сот.} = 20 \text{ сот.}$ или 2000 един.

$12 \text{ тыс.} + 8 \text{ тыс.} = 20 \text{ тыс.}$ или 20,000 ед.

и т. д.

4) $15 + 13 = 28$.

$15 \text{ дес.} + 13 \text{ дес.} = 28 \text{ дес.}$ или 280 един.

$15 \text{ сот.} + 13 \text{ сот.} = 28 \text{ сот.}$ или 2800 един.

$15 \text{ тыс.} + 13 \text{ тыс.} = 28 \text{ тыс.}$ или 28000 един.

Что составить 25. дес. (250) + 8 дес. (80)?

Отв. $250 + 80 = 330$; такъ какъ $25 + 8 = 33$, то $250 + 80 = 330$.

Какое получится число, если къ 3500 един. прибавить 4300?

Отв. 7800, 3500 все равно, что 35 сот., $4300 = 43 \text{ сот.}$; 35 сот. + 43 сот. составляютъ 78 сот. или 7800.

II. Сложеніе слышанныхъ десятковъ, сотень и тысячъ.

а. Задачи, гдѣ не бываетъ перехода чиселъ изъ низшихъ разрядовъ въ высшіе.

1) Требуется сложить 345 съ 432.

$345 + 432 = 777$; потому что 3 сот. + 4 сот. = 7 сот.; 4 дес. + 3 дес. = 7 дес.; 7 сот. + 7

Часть I.

дес. $= 770$; $5 + 2 = 7$; $770 + 7 = 777$.

- 2) $5426 + 2563 = 5989$; потому что 3 тыс. + 2 тыс. $= 5$ тыс.; 4 сот. + 5 сот. $= 9$ сот.; 5 тыс. + 9 сот. $= 5900$; $20 + 60 = 80$; $5900 + 80 = 5980$; $6 + 3 = 9$; $5980 + 9 = 5989$.

б. Задачи, допускающие переходъ чиселъ низшаго разряда въ числа высшаго.

аа. Десятки и единицы.

- 1) $96 + 8 = 104$; потому что $6 + 8 = 14$; $14 = 10 + 4$; $90 + 10 = 100$; $100 + 4 = 104$.
- 2) $65 + 49 = 114$; $60 + 40 = 100$; $5 + 9 = 14$; $100 + 14 = 114$.
- 3) $78 + 89 = 167$; $70 + 80 = 150$; $8 + 9 = 17$; $150 + 17 = 167$.

бб. Сотни, десятки и единицы.

- 1) $385 + 7 = 392$; потому что $5 + 7 = 12$; $80 + 12 = 92$; $300 + 92 = 392$.
- 2) $365 + 28 = 393$; $8 + 5 = 13$; $60 + 20 = 80$; $80 + 13 = 93$; $300 + 93 = 393$.
- 3) $565 + 52 = 617$; $5 + 2 = 7$; $60 + 50 = 110$; $110 + 7 = 117$; $500 + 117 = 617$.
- 4) $565 + 58 = 623$; $5 + 8 = 13$; $60 + 50 = 110$; $110 + 13 = 123$; $500 + 123 = 623$.
- 5) $565 + 228 = 593$; $5 + 8 = 13$; $60 + 20 = 80$; $80 + 13 = 93$; $500 + 200 = 700$; $700 + 93 = 793$.
- 6) $565 + 458 = 1023$; $5 + 8 = 13$; $60 + 50 = 110$; $110 + 13 = 123$; $500 + 400 = 900$; $900 + 123 = 1023$.
- 7) $565 + 978 = 1543$; $500 + 900 = 1400$; $60 + 70 = 130$; $1400 + 130 = 1530$; $5 + 8 = 13$; $1530 + 13 = 1543$.

Учитель легко замѣтитъ постепенность, съ какою составлены предложенныя здѣсь задачи. Этой постепенности непремѣнно онъ долженъ слѣдовать въ своемъ преподаваніи.

Для упражненія предложимъ нѣсколько задачъ, выраженныхъ и рѣшенныхъ различнымъ образомъ.

1. Увеличьте 80 числомъ 60!

От. Получимъ 140; потому что

a) $60 = 20 + 40$; $80 + 20 = 100$; $100 + 40 = 140$;

b) $80 = 8 \text{ дес.}$; $60 = 6 \text{ дес.}$; $8 \text{ д.} + 6 \text{ д.} = 14 \text{ д.}$
или 140;

c) $80 = 8 \times 10$, $60 = 6 \times 10$; $8 \times 10 + 6 \times 10$
 $= 14 \times 10$ или 140.

2. Найдите сумму $96 + 29$!

От. 125; потому что

a) $90 + 20 = 110$; $6 + 9 = 15$; $110 + 15 = 125$;

b) $96 + 4 = 100$; $29 = 25 + 4$; $100 + 25 = 125$.

3. Какое число 365-ю больше 789?

От. 1154; потому что

a) $300 + 700 = 1000$; $60 + 80 = 140$; $1000 + 140$
 $= 1140$; $5 + 9 = 14$; $1140 + 14 = 1154$.

b) $78 \text{ дес.} + 22 \text{ д.} = 100 \text{ дес.}$, $36 \text{ д.} = 22 \text{ дес.} + 14 \text{ дес.}$;
 $100 \text{ дес.} + 14 \text{ д.} = 114 \text{ дес.}$ или 1140; $5 + 9$
 $= 14$; $1140 + 14 = 1154$.

Пришленил. Найти сумму всѣхъ чиселъ отъ 1 до 20. — Изъ одного училища выбыло 56 учениковъ и къ немъ осталось еще 135 учениковъ. Сколько было всего учениковъ въ этомъ училищѣ? Чрезъ 17 лѣтъ Ивану будетъ столько же лѣтъ, сколько теперь Петру. Который же годъ Петру, если Ивану теперь 15 лѣтъ? — Нѣкто родился въ 1793. Въ которомъ году ему будетъ 59 лѣтъ? — Всемирный потопъ былъ за 2266 лѣтъ до Рождества Христова. Сколько лѣтъ прошло съ того времени? — Александръ получилъ въ воскресенье 4 руб., въ понедѣльникъ 5, и такимъ обра-

зомъ въ каждый слѣдующій день 1 рублемъ болѣе. Сколько онъ получилъ во всю педью? — Отцу было 27 лѣтъ при рожденіи сына. Сколько ему будетъ лѣтъ, когда сыну минетъ 25 лѣтъ? —

β. Письменно.

Для легчайшаго перехода отъ изустнаго исчисленія къ письменному, всего лучше обратиться къ упражненію № 15, и начать съ одночленныхъ чиселъ.

1. Сложеніе одночленныхъ чиселъ.

У. Чтобы узнать, сколько выйдетъ всего единицъ, если къ 1 прибавить 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9, напишемъ эти числа одно подъ другимъ такъ:

1
2
3
4
5
6
7
8
9

и проведя черту подъ послѣднимъ, станемъ считать 1 и 2, 3; 3 и 3, 6; 6 и 4, 10; 10 и 5, 15; 15 и 6 21; 21 и 7, 28; 28 и 8, 36; 36 и 9, 45. И такъ сумма данныхъ чиселъ составляетъ 45. Число 45 пишемъ подъ чертою.

Чтобы повѣрить, точно ли въ суммѣ получится число 45, станемъ складывать снизу вверхъ, такъ: 9 и 8, 17; 17 и 7, 24 и проч.

2. Сложеніе чистыхъ десятковъ, сотенъ, тысячъ и проч.

Примѣры:

а) 20	б) 300	в) 7000
30	200	1000
10	400	2000
50	100	3000
<u>110.</u>	<u>1000.</u>	<u>13000.</u>

Поясненіе. Какъ при *а*, въ ряду единицъ, при *б*, въ рядахъ единицъ и десятковъ, и при *в*, въ рядахъ единицъ, десятковъ и сотенъ, стоятъ нули, которые не имѣютъ никакого значенія, то подѣ чертою въ этихъ рядахъ надобно поставить нули, и сложеніе начинать съ значащихъ цифръ. При *а*, сумма равна 11, т. е. 11 десяткамъ или 110 един.; при *б*, 10 сотнямъ; при *в*, 13 тысячамъ.

3. *Сложеніе двузначныхъ чиселъ.*

а) 42	б) 40	в) 36
31	21	72
12	18	98
13	19	44
<u>98.</u>	<u>98.</u>	<u>250.</u>

Поясненіе. Эта задача представляетъ три разные случая. При *а*, вовсе нѣтъ перехода отъ единицъ низшаго разряда къ единицамъ высшаго: сумма единицъ = 8, сумма десятковъ = 9; поэтому общая сумма равна 98. При *б*, напротивъ, единицы переходятъ въ десятки, потому что отъ сложенія ихъ получается число 18. Въ этомъ случаѣ подѣ чертою на мѣстѣ единицъ пишется 8, а 1 десятокъ прилагается къ десяткамъ, чрезъ что получается всего 9 десятковъ, которые и пишутъ на второмъ мѣстѣ. При *в*, числа въ обѣихъ столбцахъ переходятъ изъ низшаго разряда въ высшій, потому что сумма единицъ составляетъ 20, 20 все равно, что 2 десятка. По превращеніи единицъ въ десятки, не остается

болѣе ни одной единицы, и потому на первомъ мѣстѣ должно написать нуль. Удерживалъ въ памяти число 2 дес., по сложеніи десятковъ, прибавляютъ къ суммѣ ихъ это число, и получаютъ всего 25 дес. или 2 сотни и 5 десятковъ. И такъ на второмъ мѣстѣ надлежитъ написать 5, а на третьемъ 2.

4. *Сложеніе одночленныхъ съ двучленными, трехчленными и вообще многочленными числами.*

Поясненіе. Отъ сложенія единицъ происходитъ число 25, или 2 дес. и 5 ед. Изъ этого числа 5 ед. пишутся подъ чертою въ рядѣ единицъ, а 2 деслг. покаместъ удерживаются въ памяти, и по сложеніи десятковъ къ нимъ прилагаются. $7 + 4 + 1 = 12$ дес., 12 и 2, 14 дес. Но 14 десятковъ все равно, что 4 дес. и 1 сот.; поэтому на второмъ мѣстѣ пишутъ цифру 4, а 1 деслтокъ удерживаютъ въ памяти; 3 сот. и 1 сот., полученная отъ совокупленія десятковъ, составляютъ 4 сот.; и такъ на третьемъ мѣстѣ пишется тоже 4.

Вотъ еще примѣръ, который можно изложить такъ:

а	8					
	72					
	342					
	7					
	16					
	<u>445</u>					
б)	49	$49 =$		$40 + 9$		
	679	$679 =$	$600 +$	$70 + 9$		9000
	8002	$8002 = 8000 +$	$+$	$-$	2	1800
	479	$479 = - +$	$400 +$	$70 + 9$		260
	59	$59 = -$	$-$	$50 + 9$		54
	8	$8 = -$	$-$	$- + 8$		<u>11114.</u>
	1838	$1838 = 1000 +$	$800 +$	$30 + 8$		
	<u>11114.</u>	$11114. = 9000 +$	$1800 +$	$260 + 54$		

Здѣсь учитель замѣчать дѣтямъ, что хотя и съ лѣво

руки можно начинать сложение, но этого не дѣлается для избѣжанія лишняго труда.

Примѣчаніе. Дѣло учителя наблюдать, чтобъ при рѣшеніи такихъ примѣровъ, гдѣ единицы низшаго разряда переходить въ высшіе, ученики отнюдь не привыкали, какъ это часто дѣлается, замѣчать вверху или лѣву цѣферныхъ рядовъ переходящія единицы. Онѣ непременно должны быть удерживаемы ими въ умѣ; потому что въ противномъ случаѣ ослабляется вниманіе и память.

Если столбцы слагаемыхъ чиселъ слишкомъ велики, то, для облегченія, можно раздѣлять ихъ на нѣсколько частей, и сложивъ отдѣльно каждую часть, совокупить потѣмъ всѣ частныя суммы въ одну общую.

Примѣръ:

561	
1832	
729	
980	
434	
2561	
703	
5050	
762	
87	
<hr/> 100	13699 сумма 1-й части.
345
679
573
460
211	...
75
400	..
29
123
<hr/> 2995	2995 сумма 2-й части
	<hr/> 16694 общая сумма.

Наконецъ обратимся къ составленію правилъ для сложенія.

У. Если требуется сложить нѣсколько чиселъ, то прежде всего что мы должны сдѣлать?

Д. Подписать ихъ одно подъ другое, чтобы единицы были подъ единицами, десятки подъ десятками и проч.

У. Гдѣ проводится черта?

Д. Подъ послѣднимъ числомъ.

У. Какъ поступаемъ въ томъ случаѣ, когда сумма единицъ превышаетъ 10?

Д. Отдѣляемъ отъ этой суммы десятки и прикладываемъ ихъ къ десяткамъ.

У. Что же напишемъ въ ряду единицъ подъ чертою?

Д. Оставшіяся по отдѣленіи десятковъ единицы.

У. Какъ поступаемъ при сложеніи прочихъ разрядовъ чиселъ?

Д. Точно такимъ же образомъ.

У. Но есть ли это единственный способъ складывать числа, подписывая ихъ одно подъ другимъ? Можно ли данныя числа написать въ одинъ горизонтальный рядъ?

Д. Можно.

У. Въ такомъ случаѣ сумма ищется послѣ чего?

Д. Послѣ знаковъ равенства.

У. Разрѣшите слѣдующій примѣръ:

$$547 + 6072 + 10276!$$

Д. $547 + 6072 + 10276 = 16895.$

У. И такъ вотъ вамъ правило, которое вы должны твердо помнить. чтобы найти сумму дан-

ныхъ чиселъ, надобно сперва сложить влѣсть въ единицы этихъ чиселъ, и если присидишя отъ соединенія единицъ сумма превзойдетъ число десять, то отдѣлить отъ нея десятки и приложить ихъ къ суммѣ десятковъ; оставшіяся единицы и будутъ единицами искомой суммы. Поступая такимъ же образомъ со остальными прочими разрядами чиселъ, получимъ наконецъ требуемая сумма, которая произойдетъ отъ совокупленія единицъ, десятковъ, сотенъ и проч., находящихся въ данныхъ числахъ.

У. Посредствомъ сложенія что мы находимъ?

Д. Посредствомъ сложенія находимъ одно число, которое столько же имѣетъ единицъ, какъ всѣ слагаемыя числа.

У. Потому сложить нѣсколько чиселъ значитъ соединить ихъ въ одно число, или все тоже, составить такое число, которое бы заключало въ себѣ столько единицъ, сколько ихъ всего находится въ слагаемыхъ числахъ.

Прим. Для практическаго управленія предлагаемъ ученику слѣдующія два книги: 1, *Ариометическіе листки* и 2 *Собрание ариометическихъ задачъ*, изданное для народныхъ училищъ.

№ 27. ТРЕТІЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Вычитаніе.

а. Изустно.

I. *Вычитаніе чистыхъ десятковъ, сотенъ и тысячъ*

Тотъ же постепенный ходъ дѣйствія, что и при сложеніи, потому приведемъ и здѣсь рядъ задачъ, которыя послужатъ основаніемъ всѣмъ прочимъ

1) Какъ $8 - 5 = 3$.

такъ и 8 дес. — 5 дес. = 3 дес. ($80 - 50 = 30$);
8 сот. — 5 сот. = 3 сот. ($800 - 500 = 300$);
8 тыс. — 5 тыс. = 3 тыс. ($8000 - 5000 = 3000$) и т. д.

2) какъ 16 безъ 9 = 7.

такъ 16 дес. — 9 дес. = 7 дес. ($160 - 90 = 70$);
16 сот. — 9 сот. = 7 сот. ($1600 - 900 = 700$);
16 тыс. — 9 тыс. = 7 тыс. ($16000 - 9000 = 7000$) и т. д.

3) Какъ 25 безъ 15 = 10,

такъ 25 дес. — 15 дес. = 10 дес. ($250 - 150 = 100$);
25 сот. — 15 сот. = 10 сот. ($2500 - 1500 = 1000$); и т. д.

4) Если $67 - 24 = 43$,

то 67 дес. — 24 дес. = 43 дес. ($670 - 240 = 430$);
67 сот. — 24 сот. = 43 сот. ($6700 - 2400 = 4300$);
67 тыс. — 24 тыс. = 43 тыс. ($67000 - 24000 = 43000$); и т. д.

Задача. Сколько получится по вычитаніи 170 изъ 290?

Отв. 120; потому что 290 все равно, что 29 дес., 170 все равно, что 17 дес.; 29 дес. — 17 дес. = 12 дес. или 120.

Задача. Сколько выйдетъ въ остаткѣ, если изъ 6400 отнять 2800?

Отв. 3600; потому что 6400 = 64 сот., 2800 = 28 сот.; 64 сот. — 28 сот. = 36 сот. или 3600.

5) Какъ 1 сот. — 10 = 90;

такъ 2 сот. — 10 = 190;

3 сот. — 10 = 290;

4 сот. — 10 = 390, и т. д.

- 6) 1 тыс. или 10 сот. безъ 1 сот. \equiv 900;
 2 тыс. или 20 сот. — 1 сот. \equiv 19 сот. или 1900;
 3 тыс. или 30 сот. — 1 сот. \equiv 29 сот. или 2900;
 4 тыс. или 40 сот. — 1 сот. \equiv 39 сот. или 3900,

и т. д.

Задача. Что останется по вычитаніи 10 изъ 4 сотни.

Отв. 390; 4 сот. \equiv 3 сот. + 1 сот.; 1 сот. — 10 \equiv 90; 300 + 90 \equiv 390.

Задача. Чему равны 4 тысячи безъ 1 сотни?

Отв. 3900; 4 тыс. \equiv 3 тыс. + 1000; 1000 — 100 \equiv 900.

Если не трудно вычитать одинъ десятокъ изъ сотенъ и одну сотню изъ тысячъ, то также не трудно и нѣсколько десятковъ изъ сотенъ, нѣсколько сотенъ изъ тысячъ, и т. д. Напр.

Что составляетъ 300 безъ 40?

Отв. 260; 300 \equiv 30 дес., 40 \equiv 4 дес.; 30 д. — 4 дес. \equiv 26 дес. или 260.

Отнимите 600 отъ 5000!

Отв. 4400; 5 тыс. \equiv 50 сот.; 6 сот. изъ 50 сто. \equiv 44 сот. или 4400.

- 7) 1 сот. — 10 \equiv 90;
 1 тыс. — 10 \equiv 990;
 2 тыс. — 10 \equiv 1990;
 3 тыс. — 10 \equiv 2990, и т. д.
 8) 2 сот. — 8 \equiv 192;
 3 тыс. — 8 \equiv 1992;
 4 тыс. — 8 \equiv 2992, и т. д.

Очевидно, что распространеніе этихъ рядовъ зависитъ отъ того, какъ они будутъ усвоены уче-

никами. Если ученики будутъ рѣшать предлагаемыя имъ задачи скоро и при томъ вѣрно, то это явный знакъ къ переходу въ новое упражненіе.

II. *Вычитаніе слѣдующихъ десятковъ, сотенъ и тысячъ.*

а. 1) $236 - 4 = 232$; такъ какъ вычитаніе должно произвести здѣсь только надъ числами меньшаго разряда, то вычитаютъ 4 изъ 6; десятки же и сотни остаются неизмѣнными.

$$2) \quad 341 - 9 = 332; \quad 341 = 33 \text{ дес.} + 11; \quad 11 - 9 = 2; \quad 330 + 2 = 332.$$

б. $440 - 8 = 432$; $440 = 430 + 10$; $10 - 8 = 2$; $430 + 2 = 432$.
 $950 - 7 = 943$.

в. 1) $2437 - 5 = 2432$.

$$2) \quad 3642 - 9 = 3633.$$

$$3) \quad 4560 - 7 = 4553, \text{ и т. д.}$$

$$4) \quad 2001 - 4 = 1997; \quad 2001 = 1990 + 11; \quad 11 - 4 = 7; \quad 1990 + 7 = 1997.$$

$$5) \quad 3040 - 8 = 3032; \quad 40 - 8 = 32; \quad 3000 + 32 = 3032.$$

$$6) \quad 4107 - 8 = 4099.$$

8 ед. изъ 7 вычесть нельзя, обращаюсь къ десяткамъ; но какъ въ предложенномъ числѣ нѣтъ ни одного десятка, то 1 сот. обращаю въ десятки и получаю 10 дес.; отдѣливъ отъ 10 д. 1 дес. и приложивъ къ 7 единицамъ, получаю 17 ед.; $17 - 8 = 9$. И такъ въ искомомъ числѣ должно быть 9 ед., также 9 дес.; потому что изъ 10 дес. взять 1 десятокъ, сотенъ же не будетъ ни одной, а тысячи останутся прежнія.

(Этотъ случай принадлежитъ къ самымъ труднымъ.)

d. 1) $250 - 26 = 204$; $30 - 26 = 4$; $200 + 4 = 204$,
 $250 - 65 = 185$; 25 дес.; $- 6$ дес. = 19 дес.; 19
 дес. = 18 дес. + 1 дес.; 1 дес. $- 5 = 5$; 18 дес. + 5
 = 185. —

2) $250 - 65 = 185$; 250 все равно, что 25 дес.
 Чтобы отъ 25 дес. можно
 было отнять 5 едн., надо
 отъ 25 д. отдѣлить 1 дес. и
 превратить его въ едини-
 цы, чрезъ что получимъ 24
 дес. + 10 ед.; $10 - 5 = 5$;
 24 дес. $- 6$ дес. = 18 дес;
 18 дес. + 5 ед. = 185.

3) $206 - 32 = 174$.

4) $246 - 25 = 221$.

5) $243 - 72 = 171$ и т. д.

e. 1) $310 - 200 = 110$.

2) $454 - 300 = 154$.

3) $454 - 400 = 54$.

4) $454 - 450 = 4$.

5) $200 - 105 = 95$.

6) $200 - 120 = 80$.

7) $300 - 272 = 28$.

8) $540 - 127 = 413$.

Все, что здѣсь сказано относительно трехчлен-
 ныхъ чиселъ, слѣдуетъ примѣнить и къ четырехчлен-
 нымъ.

Примѣненія. Число 135 уменьшить на 48! — Какое
 число 197 - ю меньше 340? — Чему равна разность между
 473 и 285? — Уменьшите 185 числомъ 8, вѣзнымъ 9 разъ! —
 $6 \times 5 + 8 \times 8$ какимъ числомъ меньше 241? — Какое чис-
 ло надобно прибавить къ 371, чтобы вышло 518? — Въ одной
 книгѣ 532 страницы. Сколько страницъ остается еще про-

честь, если 228 страницъ уже прочитаны? — Сколько лѣтъ прошло отъ смерти Императора Петра 1-го, который умеръ въ 1725? — Какое число должно прибавить къ 2392, чтобы получить 4000? — Найти число, къ которому если прибавить 672, то выйдетъ тысяча. — Одной особѣ нынѣ (въ 1839 году) 48 лѣтъ. Въ которомъ году она родилась? — Рюрикъ, первый Россійскій Князь, вступилъ на престолъ въ 862 году. Сколько лѣтъ прошло съ того времени? — Сумма двухъ чиселъ равна 640; одно изъ нихъ 295. Сколько единицъ въ другомъ? — Найти два числа, которыхъ сумма равна 1100. — Изъ 1000 рублей было издержано въ первый разъ 89 руб., во второй 50 руб., а въ третій столько, сколько въ оба первые раза вмѣстѣ. Много ли денегъ въ остаткѣ?

β. Письменно.

При письменномъ вычитаніи наблюдается тотъ же порядокъ дѣйствій, какъ и при письменномъ сложеніи. Для бѣдшей удобности пишутъ *вычитаемое* число подъ *уменьшаемымъ* такимъ образомъ, чтобы единицы стояли подъ единицами, десятки подъ десятками, сотни подъ сотнями и т. д., подъ уменьшаемымъ проводить черту, за которою помѣщаютъ искомую *разность* или *остатокъ*. И здѣсь, какъ при сложеніи, начинаютъ вычитать сперва единицы изъ единицъ, потомъ десятки изъ десятковъ и т. д.

При составленіи примѣровъ въ многочленныхъ числахъ, учитель имѣетъ въ виду тотъ же постепенный ходъ дѣйствій, который изложенъ нами въ первомъ отдѣлѣ этого упражненія для изустнаго исчисленія.

Примѣръ:

1) 6398	2) 139·5	3) 47·60	4) 5·4·7·3	5) 4·1729·1
4271	267	70	1784	235072
<u>2127.</u>	<u>1128.</u>	<u>4690</u>	3689̄.	182219̄.

6) 56'76'0	7) 2'5'675'0'0	8) 10'0'0'27'0'0'0'6
43854	1475279	999349937
12906.	892021.	920069.

8 й *прилипу*. 7 ед. надобно вычесть изъ 6, что не возможно; слѣдовало бы занять одинъ десятокъ у десятковъ уменьшаемаго числа и обратить его въ единицы; но какъ въ уменьшаемомъ числѣ нѣтъ ни десятковъ, ни сотенъ, ни тысячъ, то отъ 7 десятковъ тысячъ взявъ одинъ десятокъ тысячъ, обращаю его въ единицы тысячъ или въ десять тысячъ; поэтому на пятомъ мѣстѣ съ правой руки останется 6 десятковъ тысячъ. Чтобы показать это, подѣлю цифру 7 ставлю точку. И такъ на четвертомъ мѣстѣ вмѣсто 0 тысячъ, надо читать теперь 10 тысячъ. Какъ поступаю съ десятками тысячъ, такъ поступаю съ тысячами, сотнями и десятками единицъ. Черезъ это перемѣщеніе единицъ изъ высшихъ разрядовъ въ низшіе вмѣсто 70000 получаю 69990 и еще 10 единицъ. Сдѣланное мною превращеніе не пишется, а только подразумевается, и для этого-то именно служатъ точки. Теперь легко вычитаю: 7 изъ 16 (потому что 6 и 10 = 16) составить 9, 3 дес. изъ 9 дес. = 6 дес и т. д. Каждый изъ остатковъ пишу подѣ чертою въ томъ ряду, къ которому онъ принадлежитъ по своему знаменованію. Продолжая поступать такимъ образомъ, получу всего въ остаткѣ 920069.

При этомъ случаѣ попросимъ учителя наблюдать, чтобы ученики всегда рѣшали задачи и громко и внятно. Отнюдь не должно допускать чтобы они рѣшали про-себя. Отъ этого неисчислимыя выгоды: во-первыхъ, дѣти совершенствуютъ органы слова; во-вторыхъ, въ классѣ поддерживается дѣятельность: кто говоритъ громко и внятно, того невольно слушаютъ; въ-третьихъ, легко въ такомъ случаѣ поправлять ошибки и замѣчать сдѣланные пропуски.

Кромѣ того, не должно часто прерывать ученика при рѣшеніи, развѣ только краткими вопросами. Рядъ умозаключеній, выводимый самимъ ученикомъ по определенной канвѣ, есть лучший способъ къ поддержанію въ немъ само-

дѣтельности и къ приращенію его къ порядку въ изложеніи своихъ мыслей.

Повѣрка вычитанія.

Остатокъ всегда показываетъ какимъ числомъ вычитаемое менѣе уменьшаемаго; поэтому, если вычитаніе сдѣлано вѣрно, остатокъ вмѣстѣ съ вычитаемымъ долженъ составить уменьшаемое. — На этомъ-то разсужденіи основываютъ повѣрку вычитанія, а именно: складываютъ остатокъ съ вычитаемымъ, и наблюдаютъ, получится ли въ суммѣ число равное уменьшаемому.

Вотъ приемъ:

5273	
4754	} сумма остатка съ вычитаемымъ.
519	
5273	уменьшаемое.

Впрочемъ можно и не писать внизу уменьшаемаго, а произвести дѣйствіе только въ умѣ.

Изъ всего пройденнаго учитель выводитъ наконецъ слѣдующее правило: при вычитаніи одного числа изъ другаго надлежитъ поступать такъ: сперва вычитать единицы изъ единицъ, потомъ десятки изъ десятковъ и т. д.; наконецъ, для полученія искомой разности, совокупить остатки, полученные отъ каждаго разряда единицъ. Если единицы какого-либо разряда въ вычитаемомъ числѣ будутъ больше единицъ того же разряда въ уменьшаемомъ, то надобно занять единицу у предыдущаго высшаго разряда въ уменьшаемомъ, и, превративъ ее въ единицы послѣдующаго, придать ихъ къ тѣмъ недостающимъ единицамъ.

Наконецъ сообщаетъ и самое опредѣленіе вычитанія. Оно есть такое арифметическое дѣйствіе,

посредствомъ котораго узнаемъ, гдѣ одно изъ двухъ чиселъ болѣе или менѣе другаго.

Всѣ задачи, относящіяся къ вычитанію, имѣютъ два вида: 1) когда по даннымъ уменьшаемому и вычитаемому отыскивается разность или остатокъ, и 2) когда по даннымъ уменьшаемому и остатку отыскивается вычитаемое. Но если даны вычитаемое и остатокъ, то очевидно, что для нахождения уменьшаемаго должно употребить сложеніе.

Теперь, когда вычитаніе пройдено основательно, надобно соединить это дѣйствіе съ сложеніемъ. Для этого лучше всего служить практическіе примѣры.

Примѣненія. Чѣмъ 20173 менѣе 35679? — Число 5198 чѣмъ болѣе 799 и менѣе 20000? Изъ суммы чиселъ 5476, 67921 требуется вычесть сумму чиселъ: 179, 2839, 58 и 11283. — Разность между двумя числами составляетъ 4728, большее же число есть 11703. Чему равно меньшее? — Чѣмъ разность между 18500 и 9479 менѣе разности между 1000,000 и 379485?? — Я задумалъ три числа: сумма всѣхъ = 54500; сумма первыхъ двухъ = 479851, а сумма двухъ послѣднихъ = 25793. Сколько единицъ въ каждомъ? —

№ 28. ЧЕТВЕРТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Умноженіе.

а. Изустно.

И здѣсь, какъ при сложеніи и вычитаніи, надобно имѣть въ виду тождественныя съ этимъ упражненіемъ въ первыхъ двухъ Степеняхъ. Вообще на упражненія этой Степени должно влечь, какъ на продолженіе того, что было сообщено прежде по тому же самому предмету.

1. *Умноженіе чиселъ десятичныхъ, сотень и тысячъ*
1. Какъ $3 \cdot 4 = 12$,

такъ 5×4 дес. = 12 дес. ($5 \times 40 = 120$);
 5×4 сот. = 12 сот. ($5 \times 400 = 1200$);
 5×4 тыс. = 12 тыс. ($5 \times 4000 = 12000$),

и т. д.

а. Что составляетъ 5 разъ 60?

Отв. 300, потому что $60 = 6$ дес.; 5×6 дес. = 30 дес. или 300.

б. Сколько получится единицъ, если 600 взять 9 разъ?

Отв. 5400; $600 = 6$ сот.; 9×6 сот. = 54 сот. = 5400, и т. д.

2. Если $3 \times 12 = 36$,

то 3×12 дес. = 36 дес. ($3 \times 120 = 360$);
 3×12 сот. = 36 сот. ($3 \times 1200 = 3600$);
 3×12 тыс. = 36 тыс. ($3 \times 12000 = 36000$),

и т. д.

а) $3 \times 170 = 510$; $170 = 17$ дес.; 3×17 дес. = 51 дес.
или $170 = 1$ сот. + 7 дес.; 3×1 сот. = 3 сот.
 3×7 дес. = 21 дес. = 2 сот. + 1 дес.; 3 сот. + 2 сот. = 5 сот.; 5 сот. + 1 дес. = 51 дес. = 510,

и т. д.

3. Обратно: если $2 \times 4 = 8$,

то $20 \times 4 = 80$,

$200 \times 4 = 800$,

$2000 \times 4 = 8000$, и т. д.

Сколько составитъ 50×5 ? — Чему равно 500×7 ? —

Умножьте 8000 на 6! —

4. Какъ $20 \times 4 = 80$,

такъ $20 \times 40 = 800$;

$200 \times 40 = 8000$;

$2000 \times 40 = 80000$, и т. д.

5. Если $3 \times 12 = 36$,

$$\begin{aligned} \text{то } 30 \times 12 &= 360; \\ 300 \times 12 &= 3600; \\ 3000 \times 12 &= 36000, \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

6. $4 \times 5 = 20;$
 $4 \times 5 \text{ сот.} = 20 \text{ сот.};$
 $40 \times 5 \text{ сот.} = 200 \text{ сот.} = 20000;$
 $400 \times 5 \text{ сот.} = 2000 \text{ сот.} = 200000, \text{ и т. д.}$
 Чему равно $700 \times 800?$ — $500 \times 900?$ —

II. *Умноженіе смѣшанныхъ чиселъ.*

- а. Смѣшанные числа на натуральные числа.
 $6 \times 87 = 522;$ потому что $6 \times 80 = 480;$ $6 \times 7 = 42;$ $480 + 42 = 522.$
- б. Сотни и десятки на натуральные числа.
 $3 \times 760 = 2280;$ $3 \times 700 = 2100;$ $3 \times 60 = 180$
 $2100 + 180 = 2280.$
- в. Тысячи, сотни и десятки на натуральные числа.
 $5 \times 3400 = 17000;$ $5 \times 3000 = 15000;$ $5 \times 400 = 2000;$ $15000 + 2000 = 17000.$
 $9 \times 3472 = 31248;$ $9 \times 3000 = 27000;$ $9 \times 400 = 3600;$ $27000 + 3600 = 30600;$ $9 \times 70 = 630$
 $30600 + 630 = 31230;$ $9 \times 2 = 18;$ $31230 + 18 = 31248.$
- г. Смѣшанные числа на смѣшанные.
 $12 \times 35 = 420;$ $10 \times 35 = 350;$ $2 \times 35 = 70$
 $350 + 70 = 420.$
 $24 \times 36 = 864;$ $20 \times 36 = 720;$ $4 \times 36 = 144.$
 $720 + 144 = 864.$
 $30 \times 230 = 6900;$ $30 \times 200 = 6000;$ $30 \times 30 = 900;$ $6000 + 900 = 6900.$
 $15 \times 230 = 3450;$ $10 \times 230 = 2300;$ $5 \times 200 = 1000;$ $2300 + 1000 = 3300;$ $5 \times 30 = 150;$ $3300 + 150 = 3450.$

$16 \times 321 = 5136$; $10 \times 521 = 5210$; $6 \times 500 = 1800$; $5210 + 1800 = 5010$; $6 \times 21 = 126$; $5010 + 126 = 5136$, и т. д.

Не должно допускать, чтобы дѣти рѣшали задачи одинакимъ приемомъ; напротивъ, ихъ надобно доводить до того, чтобы они, зная нѣсколько способовъ рѣшать одну и ту же задачу, употребляли всегда самый легкій способъ. Покажемъ нѣсколько тому примѣровъ.

$$8 \times 29 = 232.$$

a) $8 \times 20 = 160$; $8 \times 9 = 72$; $160 + 72 = 232$.

b) $8 \times 29 = 8 \times 30 - 8 \times 1$; $8 \times 30 = 240$; $8 \times 1 = 8$; $240 - 8 = 232$.

c) $29 = 4 \times 7 + 1$; $8 \times 29 = 8 \times 4 \times 7 + 8 \times 1 = 32 \times 7 + 8 = 224 + 8 = 232$.

$$27 \times 40 = 1080.$$

a) $20 \times 40 = 800$, $7 \times 40 = 280$; $800 + 280 = 1080$.

b) $27 \times 40 = (30 - 3) \times 40$; $30 \times 40 = 1200$; $3 \times 40 = 120$; $1200 - 120 = 1080$.

c) $27 \times 40 = (6 \times 4 + 3) 40$; $6 \times 40 = 240$; $4 \times 240 = 960$; $3 \times 40 = 120$; $960 + 120 = 1080$.

d) $27 \times 40 = 9 \times 3 \times 40$; $9 \times 40 = 360$; $3 \times 360 = 1080$.

и т. д.

Еслибъ подобныя различныя способы рѣшенія и не вели къ сокращенному дѣйствію, все-таки не должно ими пренебрегать; потому что они съ другой стороны доставляютъ ту великую выгоду, что приучаютъ ученика къ многостороннему воззрѣнію на числа.

При рѣшеніи практическихъ вопросовъ не должно забывать и чиселъ разнаго наименованія, а именно, приведенія чиселъ большаго наименованія въ

числа меньшаго; но прежде всего надобно сообщить двѣмъ понятіе о тѣхъ мѣрахъ, которыя по своей обширности не могли войти во Вторую Степень, а именно: о годѣ, верстѣ, милѣ, ластѣ и берковцѣ, также и о мелкомъ вѣсѣ, каковъ аптекарскій. Эти мѣры, вмѣстѣ съ сообщенными прежде, составить слѣдующую таблицу мѣръ, длины, вѣса и проч., которую ученики должны твердо выучить наизусть, и потому не худо, если учитель будетъ заставлятъ ихъ всѣхъ вмѣстѣ прочитывать еѣ каждый разъ при началѣ и концѣ урока.

Таблица мѣръ длины, времени, вѣса, денегъ, жидкостей, хлеба и бумаги.

I. Мѣры длины.

- Въ 1 милѣ 7 верстѣ.
- 1 верстѣ 500 сажень.
- 1 сажени 3 аршина.
- 1 аршинѣ 4 четверти.
- 1 аршинѣ 16 вершковъ.
- 1 сажени 7 футовъ.
- 1 футѣ 12 дюймовъ.
- 1 дюймѣ 10 линій.

II. Мѣры времени.

- Въ 1 году 12 мѣсяцевъ.
- 1 году 365 дней (въ высокосномъ 366).
- 1 мѣсяцѣ 4 недѣли.
- 1 мѣсяцѣ 30 сутокъ.
- 1 недѣлѣ 7 сутокъ.
- 1 суткахъ 24 часа.
- 1 часу 60 минутъ.
- 1 минутѣ 60 секундъ.

III. *Мѣры вѣса.*

а. *Торговый вѣсъ.*

- Въ 1 берковцѣ 10 пудъ.
- 1 пудъ 40 фунтовъ.
- 1 фунтъ 32 лота.
- 1 лотъ 3 золотника.
- 1 золотникъ 96 долей.

б. *Аптекарскій вѣсъ.*

- Въ 1 аптек. фунтъ 12 унцій (или 84 $\frac{1}{2}$ золот.)
- 1 унція 8 драхмъ.
- 1 драхмъ 3 скрупула.
- 1 скрупулъ 20 гранъ.

IV. *Мѣры денегъ (монеты).*

- Въ 1 имперіаль 10 рублей (серебромъ).
- 1 полумперіаль 5 рублей (серебромъ).
- 1 рубль 10 гривенъ.
- 1 гривнѣ 2 пятака или 5 грошей.
- 1 пятакъ 5 копѣекъ.
- 1 грошъ 2 копѣйки.
- 1 копѣйка 2 деньги.
- 1 деньга 2 полушки.

V. *Мѣры жидкости.*

- Въ 1 бочкѣ 40 ведеръ.
- 1 ведръ 10 штофовъ.
- 1 штофъ 2 полуштофа или кружки.

VI. *Мѣры хлѣба.*

- Въ 1 ластъ 12 четвертей или кулей.
- 1 четверть 2 осьминны.
- 1 осьминнѣ 4 четверика.
- 1 четверикъ 8 гарницевъ.

VII. *Мѣры бумага.*

- Въ 1 стопъ 20 дестей.
- 1 дестя 24 листа.

Какъ числа 12 и 24 чаще другихъ встрѣчаются въ нашихъ мѣрахъ, то, для удобства въ исчисленіи, пусть ученики выучатъ наизусть и всѣ произведенія натуральныхъ чиселъ на числа 12 и 24. Эти произведенія составятъ таблицу:

$1 \times 12 = 12,$	$1 \times 24 = 24,$
$2 \times 12 = 24,$	$2 \times 24 = 48,$
$3 \times 12 = 36,$	$3 \times 24 = 72,$
$4 \times 12 = 48,$	$4 \times 24 = 96,$
$5 \times 12 = 60,$	$5 \times 24 = 120,$
$6 \times 12 = 72,$	$6 \times 24 = 144,$
$7 \times 12 = 84,$	$7 \times 24 = 168,$
$8 \times 12 = 96.$	$8 \times 24 = 192,$
	$9 \times 24 = 216.$

Примѣры въ составныхъ числахъ.

Здѣсь главное дѣло обратить вниманіе дѣтей на то, что изъ двухъ именованныхъ чиселъ, которыя перемножаются, только одно разсматривается какъ именованное, а другое какъ *простое* или *оплавающее*; число же, получаемое въ произведеніи, всегда принимаетъ названіе того рода, какой имѣетъ удержанное именованное число. Такъ напр. *Если каждыи день издерживается по пяти фунтовъ говядины, то сколько будетъ издержано въ 7 дней?* — Здѣсь спрашивается число фунтовъ говядины; поэтому число 7 дней принимается за простое, и чтобы рѣшить вопросъ, его надобно обратить въ слѣдующій *сколько получится фунтовъ, когда 5 фунтовъ повторить 7 разъ?* Отв. 35 фунт.

1. За одинъ аршинъ холста заплачено 1 руб. 50 коп., что стоить 8 аршинъ того же холста?

Рѣшеніе. Если 1 аршинъ стоить 1 руб. 50 коп., то 8 аршинъ стоить въ 8 разъ болѣе 1 руб. 50 коп; итакъ

1 руб. 50 коп. надобно повторить 8 разъ или, все тоже, умножить на 8, чтобы получить искоемую сумму. 1 руб. 50 коп. все равно что 150 коп.; $8 \times 150 = 8 \times 100 + 8 \times 50 = 800 + 400 = 1200$ коп., или 12 руб.

2. Никто пробылъ въ дорогъ 3 мѣсяца и 17 сутокъ. Сколько всего сутокъ онъ пробылъ въ дорогъ?

Рѣшеніе. 107 сутокъ. Въ 1 мѣсяцъ 30 сут.; въ 3 мѣсяцахъ 3×30 сутокъ или 90 сутокъ; $90 \text{ сут.} + 17 \text{ сут.} = 107$ сутокъ.

3. Въ 5 пудахъ 11 фунтахъ и 9 лотахъ сколько всего золотинокъ?

Рѣшеніе. 20285 зол. Въ 1 пудъ 40. фун.; поэтому въ 5 пудахъ 5×40 или 200 фунг.; $200 \text{ ф.} + 11 \text{ ф.} = 211 \text{ ф.}$, въ 1 ф. 32 лота, въ 211 ф. 211×32 лота; $32 = 8 \times 4$, поэтому 211×32 все равно, что $211 \times 8 \times 4$ $211 \times 8 = 1688$; $1688 \times 4 = 6752$; $6752 + 9 = 6761$. И такъ въ 5 пуд. 11 ф. 9 лог. — 6761 логъ. Въ одномъ логѣ 3 золот., поэтому въ 6761 логѣ 6761×3 или 20285 золотинокъ.

Въ 1 суткахъ и 7 часахъ, сколько всего минутъ? —

Сколько сажень въ 75 верстахъ? — Если каждый шагъ взрослого человека считать въ 1 аршинъ, то сколько выйдеть шаговъ отъ Петербурга до Гатчины, разстояніе между которыми городами полагается въ 42 версты? — Сколько всего дней прожилъ на свѣтѣ Владимиръ, которому отъ роду 11 лѣтъ? Каждый изъ 17 работниковъ получалъ за свою работу по 8 руб. Много ли они все вмѣстѣ получили? — 8 разъ 54 какимъ числомъ больше 7×25 ? Если въ каждый день проходить по 38 верстъ, то сколько можно пройти верстъ въ цѣлый Май мѣсяцъ? — Если число 15 умножите на 9, изъ произведенія вычтите 45, и къ остатку приложите 98, то узнайте число, которое я задумалъ. — Сколько всего буквъ на страницѣ, если въ ней 32 строки, и въ каждой строкѣ по 35 буквъ? — Если въ

минуту можно насчитать 100, то сколько можно насчитать въ 1 часъ?

β. *Письменно.*

1. *Когда при многокленномъ множимомъ числѣ множитель состоитъ изъ одной цифры.*

Если ученикъ хорошо знаетъ таблицу умноженія, то остается только познакомить его съ формою, которая обыкновенно употребляется при письменномъ умноженіи.

При однопленномъ множителѣ задачи бывають трехъ родовъ.

а. *Когда произведенія числа низшаго разряда не переходятъ въ непосредственно вышій разрядъ.*

$$\begin{array}{r} \text{Такъ} \quad 2133 \text{ (множимое)} \\ \quad \times 3 \text{ (множитель)} \\ \hline 6399 \text{ (произведение)} \end{array}$$

Сперва пишутъ множимое, потомъ множитель, подъ послѣднимъ проводятъ черту, за которою и пишутъ найденное произведеніе.

2133 умножить на 3, значитъ единицы, десятки, сотни и тысячи даннаго множимаго взять три раза.

$$\begin{array}{r} 2133 \times 3 \text{ все равно что } \left. \begin{array}{l} 3 \\ 30 \\ 100 \\ 2000 \end{array} \right\} \times 3 = \begin{array}{r} 9 \\ 90 \\ 300 \\ 6000 \\ \hline 6399. \end{array} \end{array}$$

3 × 3 едн. составляютъ 9 единицъ, пишемъ 9 подъ чертою въ рядахъ единицъ; 3 × 3 десят. = 9 десят.; пишемъ 9 десятковъ на второмъ мѣстѣ. 3 × 1 сот. = 3 сот.; поэтому на 3-емъ мѣстѣ подъ чертою должно поставить 3. Наконецъ 3 × 2 тыс. состав-

ляютъ 6 тысячъ, которыя и пишутся на четвертомъ мѣстѣ. Слѣдственно искомое произведеніе есть 6599.

б. Когда въ отдѣльныхъ произведеніяхъ получаются числа, превышающія 9.

587 умножить на 5, значить взять 5 разъ 7 едн., 387 }
 $\times 5$ } 8 дес. и 5 сотн. 5×7 едн. = 35 едн.; 35 едн.
 1935 } = 3 дес. + 5 ед.; 5 единицъ пишемъ подъ чертою
 въ рядъ единицъ, а 3 десятка пока удерживаемъ въ памяти, чтобы, по полученіи произведенія десятковъ, приложить ихъ къ этому произведенію. 5×8 дес. = 40 дес.; 40 д. и 5 д., происшедшія отъ произведенія единицъ, составить 43 дес. или 4 сот. и 3 дес.; пишемъ 3 десятка подъ десятками 5×5 сот. = 15 сот.; 15 сот. + 4 сот. = 19 сот. или 1 тыс. 9 сот. И такъ на третьемъ мѣстѣ подъ чертою подобно поставить цифру 9, а на четвертомъ 1.

Для большей наглядности тотъ же самый примѣръ развѣшимъ такъ:

$$\begin{array}{r}
 587 = 500 + 80 + 7. \qquad 587 \\
 500 \times 5 = 1500. \qquad \qquad 5 \\
 80 \times 5 = 400 \qquad \qquad \qquad \overline{35} \\
 7 \times 5 = 35 \qquad \qquad \qquad 400 \\
 1935. \qquad \qquad \qquad 1500 \\
 \qquad \qquad \qquad \overline{1955}.
 \end{array}$$

с. Когда въ какомъ-либо разрядѣ множимаго находится 0.

Въ этомъ случаѣ въ томъ же самомъ разрядѣ произведенія пишется нуль, если только отдѣльное произведеніе непосредственно низшаго тому разряда на множителя не превышаетъ числа девяти.

7×5 ед. = 35 ед. или 3 дес. и 5 ед.; пишемъ 5 подъ чертою въ рядъ единицъ. 7×0 дес. ничего не составляютъ или 0. Слѣдовало бы напи-

$$\begin{array}{r} 6005 \\ \times 7 \\ \hline 42035 \end{array}$$

сать нуль на второмъ мѣстѣ, по какъ отъ произведе-
денія единицъ произойти 3 дес., то на второмъ
мѣстѣ пишемъ 5; 5×0 сот. = 0. Поэтому на
3-емъ мѣстѣ пишемъ нуль. 7×6 т. = 42 тыс.
И такъ на четвертомъ мѣстѣ поставимъ 2, а
на пятомъ 4.

У. Еслибъ нуль, полученный отъ произведе-
нія сотенъ, не написать подѣ чертою на третьемъ
мѣстѣ, то какое бы число получили? —

Д. 4235.

У. Означало ли-бъ это число искомое произ-
ведение?

Д. Нѣтъ; потому что 6 т., взятыя 7 разъ,
даютъ 42000, да еще 5 ед. $\times 7$, 35 ед. Значить, что
искомое произведение есть 42035, т. е. состоитъ изъ
пяти цифръ.

II. Когда множитель состоитъ изъ двухъ или
болѣе знаковъ.

Здѣсь замѣчательны слѣдующіе случаи:

а. Когда множитель имѣетъ только одну зна-
чащую цифру.

Число не перемѣняется, если его умножить на
1. Но когда къ 1 придать 0, то оно увеличится въ
10 разъ; при прибавленіи къ 1 двухъ нулей, оно
увеличится въ 100 разъ, 3-хъ въ тысячу разъ, и
т. д. Такъ $42 \times 1 = 42$, $42 \times 10 = 420$, $42 \times 100 = 4200$ и т. д.

1. Поэтому если число множится на 10, 100, 1000 и т. д.
то для полученія произведенія, къ множимому числу на-
добно прибавить съ правой стороны одинъ, два, три нуля
и т. д., вообще *столько нулей, сколько ихъ стоитъ во*
множителѣ (числѣ; послѣ единицъ).

Такъ: $37 \times 10 = 370,$
 $37 \times 100 = 3700,$
 $37 \times 1000 = 37000$ и т. д.

2. Если число надобно умножить на 2, 3 и больше десятка или сотни, или тысячи, и т. д.; то его помножаютъ только на значащую цифру, и потомъ къ произведенію прибавляютъ столько нулей, сколько ихъ стоитъ во множителѣ послѣ этой значащей цифры.

Такъ:
$$\begin{array}{r} 534 \\ \times 20 \\ \hline 10680 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 523 \\ \times 40 \\ \hline 13000 \end{array}$$

Умноживъ 534 на 2, къ полученному произведенію (1068) прибавляемъ нуль и находимъ требуемое 10680. Такъ и во второмъ примѣрѣ.

3. Если одинъ или оба множителя имѣютъ на концахъ нули, то умноженіе производится только надъ значащими цифрами, и потомъ къ полученному произведенію прибавляется столько нулей, сколько ихъ всего находится какъ во множимомъ такъ и во множителѣ.

$$\begin{array}{r} 5200 \\ \times 700 \\ \hline 3640000 \end{array}$$

б. *Когда во множителѣ болѣе одной значащей цифры.*

Если множитель состоитъ изъ многихъ цифръ, то чрезъ умноженіе получается столько рядовъ, сколько въ немъ значащихъ цифръ. Для полученія искомага произведенія должно, во-первыхъ, надлежащимъ образомъ помѣстить эти ряды, во-вторыхъ, всѣхъ ихъ совокупити въ одну сумму.

$$\begin{array}{r} 5432 \\ \times 12 \\ \hline \end{array}$$

10864 произведеніе единицъ.

5432 произведеніе десятковъ.

65184 сумма частныхъ произведеній или общее произведеніе.

5432 умножить на 12 значитъ число 5432 взять сперва 2

раза, а потомъ 10 разъ. Отъ умноженія 5432 на 2 получаемъ 10864, которое число и пишемъ подъ чертою, наблюдая, чтобы каждая цифра его стояла подъ соответствующей ей цифрою множимаго числа. — Умножить 5432 на 10 значитъ увеличить это число въ десять разъ, поэтому вмѣсто 5432 единицъ, чрезъ умноженіе на десять, будемъ имѣть 5432 десятка. — И такъ при помѣщеніи котораго ряда надобно поступать такъ: цифру 2 поставить на второмъ мѣстѣ съ правой руки, т. е. подъ цифрою 6 перваго ряда; цифру 3 на третьемъ мѣстѣ подъ цифрою 3, и т. д.

Еще прии́теръ:	1238
	29
	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/> 11142
	2476
	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/> 35902.

У. Первое мѣсто во второмъ ряду цифръ не занято, — чтобы это означало?

Д. Что во второмъ ряду цифръ не имѣется единицъ.

У. По настоящему слѣдовало бы на этомъ мѣстѣ поставить нуль, но для сокращенія этого не дѣлается; ничто не препятствуетъ подразумевать его.

с. Когда множитель имѣетъ нули въ срединѣ.

Если въ срединѣ множителя находятся нули, то они пропускаются при умноженіи, потому что получаемые чрезъ нихъ ряды состояли бы только изъ однихъ нулей; но при этомъ случаѣ наблюдается, чтобы ряды, которые получаются чрезъ умноженіе послѣдующихъ цифръ множителя, начинались съ того мѣста, которое присваивается умножаемою его цифрою.

14233	Здѣсь верхнее число множителя на 6
<u>2006</u>	единицъ и 2 тысячи, потому десятки и сот-
85398	ни не имѣютъ своихъ рядовъ. 2000 разъ 3
<u>28466</u>	единицы даютъ 6 тысячъ; потому 6 ставимъ
28551398.	на четвертомъ мѣстѣ; другія же три мѣста, т.
	е. сотни, десятки и единицы остаются пустыми.

Еслибъ умножать на нули, то вычисленіе приняло бы такой видъ:

14233
<u>2006</u>
85398
00000
00000
<u>28466</u>
28551398.

Очевидно, что нули не входятъ въ исчисленіе, и лишь по пустому занимаютъ мѣста.

Мы не намѣрены распространяться болѣе объ умноженіи, потому что какъ бы ни были велики сомножители, правила остаются все тѣ же, какія нами уже изложены. Поговоримъ лучше о сокращеніи, которому можетъ подлежать это арифметическое дѣйствіе.

Вотъ нѣсколько случаевъ для сокращеннаго умноженія.

1. *Когда множитель есть 9.*

Съ правой стороны множимаго числа прибавьте нуль, и изъ этого новаго числа вычтите данное множимое.

Примѣръ $238 \times 9 =$

2380
<u>238</u>
2142.

Черезъ прибавленіе съ правой стороны множима-

го одного нуля оно увеличилось въ 10 разъ, г. е. однимъ разомъ болѣе некоего произведенія, поэтому, чтобы получить настоящее произведеніе, изъ десятикратнаго множимаго вычитаютъ единичное.

2. Когда множитель 11.

Чрезъ умноженіе двучленного числа на 11, получается въ произведеніи трехчленное число, котораго первая цифра та же, что и первая въ данномъ множимомъ, вторая равна суммѣ обѣихъ цифръ того же множимаго, а послѣдняя та же, что и вторая цифра его.

$$54 \times 11 = 594.$$

Если сумма цифръ множимаго превышаетъ 9, тогда первая цифра произведенія увеличивается предъ первою цифрою множимаго на единицу, а среднею цифрою того же произведенія выразится остатокъ, который получится отъ суммы крайнихъ цифръ множимаго за исключеніемъ десяти.

$$99 \times 11 = 1089.$$

3. Когда первая цифра множителя 1.

Въ этомъ случаѣ умножаютъ на слѣдующія цифры множителя; полученное произведеніе пишутъ подъ множимымъ, но такъ, чтобы одна цифра множимаго выставлялась вперелъ, и потомъ складываютъ оба числа.

$$\begin{array}{r} 2763 \times 431 \\ 8289 \\ 11052 \\ \hline 1190853. \end{array}$$

4. Если множитель не есть первое число, то оно разлагается на своихъ сомножителей.

$$\begin{array}{rcl}
 231 \times 24 & (6 \times 4 = 3 \times 8.) & \\
 \underline{231 \times 6} & & \underline{231 \times 3} \\
 1386 \times 4 & \text{или:} & \underline{693 \times 8} \\
 \hline
 5544. & & 5544.
 \end{array}$$

Это разложеніе множителя хотя не сокращаетъ дѣйствій, однако приноситъ ту пользу, что приучаетъ ученика смотрѣть на умноженіе съ другой точки зрѣнія, а поэтому отдаляетъ и всякій механизмъ, который при одномъ и томъ же способѣ легко върастается можетъ.

Вотъ еще нѣсколько примѣровъ, которые полезны для учителя безъ всякаго объясненія:

1, $85462 \times 124 (3 \times 5 \times 5 - 1).$

$$\begin{array}{r}
 \underline{\times 5} \\
 427310 \times 5 \\
 \underline{2156550 \times 5} \\
 10682750 \\
 \underline{85462} \\
 10597288.
 \end{array}$$

2, $583 \times 99 = 58300 - 583 = 57717.$

3, $634 \times 998 (1000 - 2)$

$$\begin{array}{r}
 634000 \\
 \underline{1268} \\
 632732.
 \end{array}$$

4, $4763 \times 4999 (5000 - 1).$

$$\begin{array}{r}
 23815000 \\
 \underline{4763} \\
 23810237.
 \end{array}$$

5, $518 \times 491 (500 - 9)$

$$\begin{array}{r}
 259000 \\
 \underline{4662} \\
 254338
 \end{array}$$

(вычитаніе 9×518 произведено въ умѣ.)

Наконецъ учитель выводитъ общія правила для умноженія цѣлыхъ чиселъ.

а. Чтобы умножить на однозначное число, то, подписавъ множителя подъ множимымъ и проведя черту, надобно умножить каждую цифру (часть) множимого на множителя, начиная съ единицы. Если каждое частное произведение не превышаетъ 9, то его пишутъ подъ чертою такъ, какъ пишутъ; въ противномъ же случаѣ исключаютъ единицы предыдущаго разряда, которыя и придаютъ потомъ къ нему. Такъ поступаютъ до послѣдней цифры множимого.

б. При умноженіи на многозначное число, надобно, во-первыхъ, умножить по показанному способу множимое число на каждую цифру множителя, помня, что первую цифру каждого частнаго произведенія въ томъ разрядѣ цифръ, къ которому она принадлежитъ; во-вторыхъ, сложить все частныя произведенія, — чрезъ что и получится исконое произведение.

в. Если множимое или множитель оканчиваются нулями, то умножение производятъ только надъ значимыми цифрами; нуль же, сколько ихъ всего находится при концѣ обоихъ множителей просто приписываютъ къ произведенію.

г. Если въ срединѣ множителя счисляется одинъ или несколько нулей, то въ умноженіи они пропускаются, но, если одинъ изъ нулей, чтобъ первая цифра множимого на цифру, которая предшествуетъ нулю или нулямъ, была помѣщена въ томъ разрядѣ, къ которому она принадлежитъ.

Умножить же вообще одно число на другое, значитъ по доумъ числамъ найти третіе, которое было бы такъ составлено изъ множимого, какъ множитель составленъ изъ единицъ.

Приложеніе. Какое получится число, если 4502 умножить на 509, и полученное произведение увеличить еще въ 795 раза? — Что придется заплатить за 278 аршинъ сукна, если каждый аршинъ стóитъ 17 руб. 50 коп. (1750 к.)? — Умножить 5329 само на себя. — Умножьте 273 на четверное тоже число! — Найти три числа, изъ которыхъ второе было бы равно первому, взятому 174 раза, а третье второму, умноженному на 408. — Въ пѣкоторомъ сочиненіи 8 томовъ, въ каждомъ томѣ по 725 стр., на каждой страницѣ 35 строкъ, и въ каждой строкѣ 35 буквъ. Сколько буквъ во всемъ сочиненіи? — Если положить, что каждый день рождается на свѣтъ на всемъ Земномъ Шарѣ около 4170 человекъ, то сколько людей можетъ народиться въ одинъ годъ? — Въ 1829 году умеръ въ Россіи одинъ старецъ, которому было отъ роду 155 лѣтъ. Сколько часовъ во всю свою жизнь онъ провелъ во снѣ, если положить, что въ каждыя сутки онъ спалъ по 8 часовъ? —

ЛѢ 29. ПЯТОЕ УПРАЖНЕНИЕ.

Дѣленіе.

а. Изустное исчисленіе.

1. Когда дѣлитель есть одночленное число.

Здѣсь могутъ быть два случая: дѣлимое есть кратное число вразсужденіи дѣлителя, или некрatное.

а. Если дѣлимое есть кратное число вразсужденіи дѣлителя.

1. Если $12 : 3 = 4$

то $12 \text{ д.} : 3 = 4 \text{ д.}$ ($120 : 3 = 40$);

$12 \text{ сот.} : 3 = 4 \text{ сот.}$ ($1200 : 3 = 400$);

$12 \text{ тыс.} : 3 = 4 \text{ тыс.}$ ($12000 : 3 = 4000$), и т. д.

12 *

Или: Если $\frac{x}{8}$ отъ 12 есть 4,
 то $\frac{x}{8}$ — 120 — 40;
 $\frac{x}{8}$ — 1200 — 400;
 $\frac{x}{8}$ — 12000 — 4000;
 $\frac{x}{8}$ — 120000 — 40000, и т. д.

Еще примѣръ: $24 : 8 = 3$;
 $240 : 8 = 30$;
 $2400 : 8 = 300$;
 $24000 : 8 = 3000$, и т. д.

Или: 5 есть $\frac{x}{8}$ отъ 24;
 50 — $\frac{x}{8}$ — 240;
 500 — $\frac{x}{8}$ — 2400;
 5000 — $\frac{x}{8}$ — 24000, и т. д.

2. $242 : 2 = 121$; $242 = 200 + 40 + 2$; $\frac{x}{2}$ отъ 200
 есть 100; $\frac{x}{2}$ отъ 40 есть 20; $100 + 20 = 120$;
 $\frac{x}{2}$ отъ 2 есть 1; $120 + 1 = 121$.

$965 : 3 = 321$; $965 = 900 + 60 + 5$; $\frac{x}{3}$ отъ 900
 есть 300; $\frac{x}{3}$ отъ 60 есть 20; $300 + 20 = 320$;
 $\frac{x}{3}$ отъ 5 есть 1; $320 + 1 = 321$.

3. $126 : 2 = 63$, $126 = 12 \text{ дес.} + 6 \text{ ед.}$, $\frac{x}{2}$ отъ 12 д.
 есть 60; $\frac{x}{2}$ отъ 6 есть 3; $60 + 3 = 63$.

У. Взявъ половину отъ 126 значитъ 126 раз-
 дѣлить на 2. Это все равно, что найти такое чи-
 сло, которое, будучи взято дважды, дамо бы 126.
 Не можете ли вы найти такого числа?

Д. Это число есть 63.

У. Почему?

Д. Потому что 63, взятое дважды, есть 126.

У. Какъ бы вы поступили съ числомъ 126,
 чтобы найти его половину, или 63?

Д. Надобно его раздѣлить на 2.

У. Изъ какихъ частей состоитъ это смѣшанное число 126?

Д. Изъ $100 + 20 + 6$.

У. Сколько всего десятковъ въ этомъ числѣ?

Д. 12 десятковъ.

У. Сколько составитъ $\frac{1}{2}$ отъ 12 десятковъ?

Д. Шесть десятковъ.

У. Кромѣ десятковъ, сколько единицъ въ данномъ числѣ?

Д. 6 единицъ.

У. Что составляетъ $\frac{1}{2}$ отъ 6?

Д. 3.

У. Поэтому $\frac{1}{2}$ отъ 126?

Д. 63.

У. Вы прежде сказали, что 126 состоитъ изъ $100 + 20 + 6$. Что составляетъ $\frac{1}{2}$ отъ 100?

Д. 50.

У. Отъ 20?

Д. 10.

У. $50 + 10 = ?$

Д. 60.

У. $\frac{1}{2}$ отъ 6?

Д. 3.

У. $60 + 3 = 63$. Въ какомъ случаѣ проще рѣшеніе: въ томъ ли, когда, превративъ сотни въ десятки, прямо брали половину отъ всего числа десятковъ, или въ послѣднемъ случаѣ, когда отыскивали половину сперва отъ сотен, потомъ отъ десятковъ, наконецъ отъ единицъ?

Д. Первое рѣшеніе проще.

У. Вотъ еще примѣръ: 129 раздѣлить на 3. Что значитъ 129 раздѣлять на 3?

Д. Взять третью часть отъ 129, или все то- же, найти такое число, которое если умножить на 3, то получимъ 129.

У. Какое это число?

Д. 43.

У. Почему?

Д. Потому что 3×43 составляетъ 129.

У. Что составляетъ $\frac{1}{3}$ отъ 100?

Дѣти вѣроятно запнутся въ отвѣтъ. Напротивъ, если ихъ спросить: что составляетъ $\frac{1}{3}$ отъ 12 десятковъ? то они тотчасъ отвѣтятъ: 4 дес. или 40 ед.

У. Какъ лучше поступать: взять ли третью часть сперва отъ 100, потомъ отъ 20, или прямо отыскать $\frac{1}{3}$ отъ 12 десят.

Д. Прямо отъ 12 десятковъ.

У. Что составляетъ $\frac{1}{3}$ отъ 12 дес.?

Д. 4 дес. или 40.

У. Поэтому $\frac{1}{3}$ отъ всего числа что составитъ?

Д. 43.

$819 : 9 = 91$; $819 = 81 \text{ дес.} + 9$; $\frac{1}{9}$ отъ 81 дес. $= 9 \text{ дес.}$; $\frac{1}{9}$ отъ 9 $= 1$; $9 \text{ дес.} + 1 = 91$.

4) $135 : 5 = 27$; $135 = 10 \text{ дес.} + 35 \text{ ед.}$; $\frac{1}{5}$ отъ 10 дес. $= 2 \text{ дес. или } 20 \text{ ед.}$; $\frac{1}{5}$ отъ 35 $= 7$; $20 + 7 = 27$.

У. Какъ лучше разложить число 135, на 15 дес. и 5 ед. или 10 дес. и 35 ед.?

Д. Лучше на 10 дес. и 35 ед., потому что легче взять $\frac{1}{5}$ отъ 10 дес. и 35 ед., нежели отъ 15 дес. и 5 ед.

5) $5680 : 8 = 710$; $5680 = 56 \text{ сот.} + 8 \text{ дес.}$; $\frac{1}{8}$ отъ 56 сот. $= 7 \text{ сот.}$; $\frac{1}{8}$ отъ 8 дес. $= 1 \text{ дес.}$; $7 \text{ сот.} + 1 \text{ дес.} = 710$.

б) $6509 : 9 = 701$; $6509 = 63 \text{ сот.} + 9 \text{ ед.}$; $\frac{2}{9}$ отъ 65 с. — 7 сот.; $\frac{1}{9}$ отъ 9 = 1; 7 с. + 1 ед. = 701.

Рота солдатъ, размѣщенная въ три шеренги, стоитъ въ строю, въ ней всего 261 чел. Сколько приходится на каждую шеренгу? — Много ли придется получить каждому изъ 8 работниковъ, если весь имъ раздѣлить на равныя части 232 руб.? У меня было 584 руб.; изъ этихъ денегъ я издержалъ четвертую часть; сколько у меня осталось? — Четыре человека изъ 708 рублей получаютъ третью часть, раздѣляя ее поровно между собою. Сколько каждый получаетъ? —

в. *Если дѣльное не составляетъ кратнаго числа вразсужденіи дѣлителя.*

Повторивъ при этомъ случаѣ ряды, помѣщенные въ № 22, учитель сперва упражняетъ дѣтей въ дѣленіи одной сотни и одной тысячи. Вотъ ряды для этого:

1) $100 : 2 = 50$;

$100 : 3 = 33\frac{1}{3}$; $100 = 90 + 10$; $\frac{1}{3}$ отъ 90 = 30;
 $\frac{1}{3}$ отъ 10 = $3\frac{1}{3}$; 30 + $3\frac{1}{3} = 33\frac{1}{3}$.

$100 : 4 = 25$; $100 = 80 + 20$; $\frac{1}{4}$ отъ 80 = 20;
 $\frac{1}{4}$ отъ 20 = 5.

$100 : 5 = 20$; $100 = 10 \text{ дес.}$; $\frac{1}{5}$ отъ 10 д. = 2 дес.
или 20.

$100 : 6 = 16\frac{2}{3}$; $100 = 60 + 40$; $\frac{1}{6}$ отъ 60 = 10;
 $\frac{1}{6}$ отъ 40 = $6\frac{2}{3}$.

$100 : 7 = 14\frac{2}{7}$; $100 = 70 + 30$; $\frac{1}{7}$ отъ 70 = 10;
 $\frac{1}{7}$ отъ 30 = $4\frac{2}{7}$.

$100 : 8 = 12\frac{5}{8}$; $100 = 80 + 20$; $\frac{1}{8}$ отъ 80 = 10;
 $\frac{1}{8}$ отъ 20 = $2\frac{5}{8}$.

$100 : 9 = 11\frac{1}{9}$; $100 = 90 + 10$; $\frac{1}{9}$ отъ 90 = 10;
 $\frac{1}{9}$ отъ 10 = $1\frac{1}{9}$.

Или: $\frac{1}{2}$ отъ 100 = 50;

$$\frac{1}{5} \text{ --- } 100 = 33\frac{1}{5};$$

$$\frac{1}{4} \text{ --- } 100 = 25, \text{ и т. д.}$$

2) $1000 : 2 = 500;$

$$1000 : 3 = 333\frac{1}{3}; 1000 = 900 + 100; \frac{1}{3} \text{ отъ } 900 = 300; \frac{1}{3} \text{ отъ } 100 = 33\frac{1}{3}; 300 + 33\frac{1}{3} = 333\frac{1}{3}, \text{ и т. д.}$$

Потомъ:

3) $130 : 5 = 43\frac{1}{5}; 130 = 12 \text{ д.} + 10; \frac{1}{5} \text{ отъ } 12 \text{ д.} = 4 \text{ д. или } 40; \frac{1}{5} \text{ отъ } 10 = 2; 40 + 2 = 42.$

$$251 : 6 = 41\frac{5}{6}; 251 = 240 + 11; \frac{1}{6} \text{ отъ } 240 = 40; \frac{1}{6} \text{ отъ } 11 = 1\frac{5}{6}; 40 + 1\frac{5}{6} = 41\frac{5}{6}.$$

$$709 : 8 = 88\frac{1}{8}; 709 = 70 \text{ дес.} + 9 \text{ ед. или } 64 \text{ дес.} + 69 \text{ ед.}; \frac{1}{8} \text{ отъ } 64 \text{ д.} = 8 \text{ дес.}; \frac{1}{8} \text{ отъ } 69 = 8\frac{1}{8}.$$

$$4573 : 5 = 914\frac{3}{5}; 4573 = 45 \text{ сот.} + 73 \text{ един.}, \frac{1}{5} \text{ отъ } 45 \text{ сот.} = 9 \text{ сот. или } 900; 73 = 50 + 23; \frac{1}{5} \text{ отъ } 50 \text{ есть } 10; \frac{1}{5} \text{ отъ } 23 = 4\frac{3}{5}; 900 + 10 + 4\frac{3}{5} = 914\frac{3}{5}.$$

II. Если дѣлитель состоитъ изъ двухъ членовъ.

а) Дѣлимое есть кратное относительно дѣлителю.

1) $120 : 20 = 6;$

$$1200 : 20 = 60;$$

$$12000 : 20 = 600, \text{ и т. д.}$$

Или; $\frac{1}{20} \text{ отъ } 120 = 6;$

$$\frac{1}{20} \text{ --- } 1200 = 60;$$

$$\frac{1}{20} \text{ --- } 12000 = 600, \text{ и т. д.}$$

Или:

$$6 \text{ есть } \frac{1}{20} \text{ отъ } 120; \text{ потому что } 6 \times 20 = 120;$$

$$60 = \frac{1}{20} \text{ --- } 1200; \text{ --- } 60 \times 20 = 1200,$$

и т. д.

2) $84 : 12 = 7;$

$$840 : 12 = 70;$$

$$8400 : 12 = 700, \text{ и т. д.}$$

- 3) $156 : 12 = 13$; $156 = 12 \text{ д.} + 56 \text{ ед.}$; $\frac{1}{12}$ отъ 12 д. $= 1$ дес., или 10; $\frac{1}{12}$ отъ 56 есть 3; $10 + 3 = 13$.
- 4) $2176 : 17 = 128$; $2176 = 17 \text{ сот.} + 476$; $\frac{1}{17}$ отъ 17 с. $= 100$; $476 = 34 \text{ д.} + 156$; $\frac{1}{17}$ отъ 34 д. $= 2 \text{ д.}$; $\frac{1}{17}$ отъ 156 $= 8$; $100 + 20 + 8 = 128$.

б. *Дѣлимое не есть простое число относительно дѣлителя.*


$547 : 78 = 7\frac{1}{78}$; $7 \times 78 = 546$; но $8 \times 78 = 624$, что болѣе 547.

Далѣе четырехчленного дѣлимаго и двучленного дѣлителя изустное исчисленіе продолжать не должно, потому что и такіе примѣры уже требуютъ со стороны дѣтей напряженнаго вниманія.

Примѣненія. Какую часть 50 составляетъ отъ 60, 90, 120, 150? — Какую часть 8 сотенъ составляетъ отъ 24 сот., 52 с., 64 сот. и т. д.? — 24 есть какая часть отъ 49, 78, 110 и т. д.? — Какое число, умноженное на 17, дастъ въ произведеніи 155? — Расстояние отъ Петербурга до Астрахани составляетъ 2124 версты; сколько дней понадобится проѣхать въ дорогу, если каждый день будетъ проходить по 56 верст.? — Я задумалъ три числа, изъ которыхъ первое равно 540, второе равно первому, разделенному на 5, а третье равно второму, разделенному на 9. Сколько составляетъ сумма задуманныхъ мною чиселъ? — Во сколько разъ 15 меньше 270? — Если на кажды 100 руб. получается прибыль по 5 руб., то во сколько разъ капиталъ болѣе своей прибыли? — Найди пару чиселъ, изъ которыхъ первое было бы меньше второго въ 19 разъ? — Я задумалъ такое число, которое если взять три раза и къ произведенію прибавить 119, то получимъ 500. Какое это число? — Найди такое число, которое если взять четыре раза и къ произведенію прибавить 155, то получится симметричное то же число. — Найди такое число, умноженное на 95, сорока девятью болѣе 40. Найди нецелое число. —

По сколько получить каждый изъ 12 работниковъ, если между ними раздѣлить по равной части 360? Если каждый день издерживается по 15 гарницъ овса, то сколько четвериковъ будетъ издержано во всю недѣлю? — Отъ 1-го января по 25 марта сколько выйдетъ недѣль? — Отъ Егорьева дня (23-го апрѣля, до Рождества Христова (25-го декабря) сколько мѣсяцевъ и сколько дней? — Если каждый день проходить по 35 верстъ, то во сколько недѣль можно пройти изъ Петербурга въ Москву, расстояние между которыми городами 700 верстъ? — Продано 157 аршинъ сукна, по 19 руб. аршинъ, и при этой продажѣ получено прибыли 628 руб. Сколько рублей стоитъ аршинъ? — Сколько въ каждомъ изъ трехъ равныхъ рядовъ должно поставить солдатъ, чтобы можно было составить такую колонну, въ которой было бы 12 рядовъ, и въ каждомъ ряду по 84 человека? — Каждому изъ 20 учениковъ дана тетрадь въ 6 листовъ. Какую часть стопы составляетъ розданная бумага? — Ученикъ долженъ читать книгу въ 368 страницъ. Онъ въ 7 уроковъ прочитъ 108 страницъ этой книги. Во сколько уроковъ онъ прочтетъ всю книгу, если въ каждой урокъ будетъ изучать по равному числу страницъ? — Сумма двѣхъ чиселъ равна 544. Если большее раздѣлить на меньшее, то получится 16. Найдти оба слагаемыхъ? — Что составляетъ *сосьтыи* и *децидцатии* части отъ 7200? — Какое число, умноженное на 12, дастъ то же самое число, какое происходитъ отъ раздѣленія 6480 на 18? — Вместо 5000 верстъ сколько можно взять миль? — Одинъ работникъ отъ Егорьева дня (23-го апрѣля) до дня Покрова Богородицы (1-го октябри) заработалъ 350 руб. Сколько вѣнца была его выработка въ каждый мѣсяць? —

в. *Письменное исчисленіе.*

Форма дѣленія была уже показана во Второй Степени. Учитель можетъ повторить здѣсь, что если какое-либо число, напримѣръ 547, требуется раздѣлить на другое, напр.  то пишется такъ:

дѣлитель	·	дѣлимое	частное
5		547	109
		5	
		— 47	
		45	
		— 2 ост.	

дѣлимое	дѣлитель
547	5
5	109 частное
— 47	
45	
— 2 ост.	

или такъ:

или проще $547 : 5 = 109\frac{2}{5}$.

При этомъ случаѣ объясняютъ ученикамъ названія дѣлитель, дѣлимое и частное. Также замѣчаютъ, что если частное показываетъ всегда, сколько разъ дѣлитель содержится въ дѣломомъ, то повторивъ частное столько разъ, сколько единицъ въ дѣлитель, и прибавивъ къ этому произведенію остатокъ, если таковой имѣется, получимъ дѣлимое. На этомъ замѣчаніи основывается *поступка дѣленія*.

Придерживаясь того же порядка, что и въ изустномъ исчисленіи, покажемъ въ примѣрахъ разные случаи дѣленія, отъ легчайшаго до самаго труднаго.

а. При однозначномъ дѣлителѣ.

1, Какъ велика половина отъ 6528? — Отв. 3214.

Число $6528 = 6000 + 400 + 20 + 8$; поэтому здѣсь нужно дѣлить:

а, 6000 на 2, что = 3000	}	отдѣльныя части.
б, 400 — 2, — = 200		
в, 20 — 2, — = 10		
г, 8 — 2, — = 4		

И такъ сумма частей = 3214.

Полное дѣленіе представляется въ такомъ видѣ:

$$\begin{array}{r|l}
 \text{Дѣлитель,} & \text{дѣлимое,} \\
 2 & 6428 = 3000 \\
 & \underline{6000} \\
 & 2 \overline{) 428} = 200 \\
 & \underline{400} \\
 & 2 \overline{) 28} = 10 \\
 & \underline{20} \\
 & 2 \overline{) 8} = 4 \\
 & \underline{8} \\
 & \hline
 & 5214.
 \end{array}$$

Сокращенно: дѣлитель, дѣлимое, частное.

$$\begin{array}{r|l}
 2 & 6428 = 5214 \\
 & \underline{6 \dots} \\
 & 4 \dots \\
 & \underline{4 \dots} \\
 & 2. \\
 & \underline{2.} \\
 & 8 \\
 & \underline{8} \\
 & \hline
 & \dots
 \end{array}$$

Полное. Здѣсь поступаютъ такъ: $\frac{1}{2}$ отъ 6 тыс. = 3 тыс. (2 въ 6 тыс. содержится 3 тысячи разъ); ставятъ 3 тыс. (или просто 3, подразумевая подъ этою цифрою тысячи) послѣ знака равенства, потомъ говорятъ: 3 тыс. \times 2 (или просто 3×2) = 6 тыс., которое число и пишутъ подъ 628, проводятъ черту, и по вычитаніи переносятъ за черту слѣдующую цифру 4. Дальше продолжаютъ, $\frac{1}{2}$ отъ 4 сотъ составляетъ 2 сотни; пишутъ цифру 2 справа цифры 3, которая означаетъ тысячи, и умножаютъ 2 на 2, и т. д.

Вотъ самая кратчайшая форма того же примера:

$$\begin{array}{r}
 \text{(дѣлитель) } 2) \overline{6428 \text{ (цѣле)}} \\
 \underline{5214 \text{ (часть)}}
 \end{array}$$

Подчеркиваютъ дѣлимое, ставятъ дѣлителя предъ дѣлимымъ, и потомъ подъ каждымъ членомъ послѣдняго пишутъ соответствующій ему членъ частнаго.

2. *Раздѣлить 5895 на 5.*

$$5895 = 5000 + 800 + 90 + 5.$$

Но такъ какъ 5 не содержится въ 8 сотн. равнаго числа разъ сотенъ, то 5895 лучше разложить на $5000 + 500 + 350 + 45$.

Такимъ образомъ:

а) $500 : 5 = 1000$	или	$5 \overline{) 5895} = 1000$
$500 : 5 = 100$		$\quad 5000$
$350 : 5 = 70$		$5 \overline{) 895} = 100$
$45 : 5 = 9$		$\quad 500$
частное $\overline{1179}$		$5 \overline{) 395} = 70$
		$\quad 350$
		$5 \overline{) 45} = 9$
		$\overline{1179}$

Полненіе. Здѣсь сперва 5 тыс. дѣлятся на 5 частей, каждая $= 1$ тыс. Умноживъ полученную часть частнаго на дѣлителя, вычитаютъ произведеніе изъ дѣлимаго. Остается раздѣлить 895. Для этого сносятъ 8 сот. за черту; но какъ 5 содержится въ 8 только одинъ разъ, то въ частномъ получаютъ всего 1 сот.; остальные же три сотни, по вычитаніи пятикратной сотни изъ 800, приводятъ въ десятки. 3 сот. $= 30$ дес., и еще 9 десятковъ, составятъ всего 39 десятковъ. 5 въ 39 десяткахъ содержится 7 разъ; поэтому въ частномъ ставятъ 7 десят., а остальные десятки, превращенные въ единицы и сложенные съ единицами дѣлимаго, даютъ 45 ед.; $\frac{1}{5}$ отъ 45 есть 9. И такъ все частное составляетъ число 1179.

Краткій способъ:

$$\begin{array}{r}
 5 \overline{) 5895} = 1179 \\
 \underline{5 \dots} \\
 8 \dots \\
 \underline{5 \dots} \\
 39 \dots \\
 \underline{35 \dots} \\
 45 \dots \\
 \underline{45} \\
 \hline
 \text{«}
 \end{array}
 \quad \text{Здѣсь точки замѣняютъ нули.}$$

Наконецъ дѣти привыкнутъ писать безъ точекъ, и примутъ слѣдующую форму дѣленія:

$$\begin{array}{r}
 5895 : 5 = 1179 \\
 \begin{array}{r}
 5 \\
 \hline
 8 \\
 5 \\
 \hline
 39 \\
 35 \\
 \hline
 45 \\
 45 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

Или производя вычитаніе въ умѣ, будутъ писать такъ:

$$\begin{array}{r}
 5895 : 5 = 1179 \\
 \begin{array}{r}
 39 \\
 45 \\
 \hline
 \text{«} \text{ «}
 \end{array}
 \end{array}
 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Примѣч. Къ сокращенной} \\ \text{формѣ дѣленія дѣти должны только} \\ \text{тогда привыкать, когда они вполне} \\ \text{усвоятъ себѣ всѣ правила дѣленія.} \end{array}$$

3. Раздѣлить 1827 на 3.

$$\begin{array}{r}
 1827 : 3 = 609. \\
 \begin{array}{r}
 18 \\
 \hline
 27 \\
 27 \\
 \hline
 \text{«}
 \end{array}
 \end{array}$$

Поясненіе. Сперва надобно раздѣлить 1 тыс. на 3 части. Очевидно, что для полученія въ частномъ

1 тысячи, дѣлимое должно имѣть 3 тыс.; поэтому въ частномъ могутъ быть только сотни, а не тысячи. И такъ 1 тысячу превративъ въ сотни и прибавивъ 8 сот. дѣлимаго, получаютъ всего 18 сот., которыя и дѣлать на три. Третья часть отъ 18 сот. — 6 сот. (Это все тоже, чтобы узнать высшую цифру частнаго, надобно не одну, а двѣ первыя цифры дѣлимаго раздѣлить на 3). По вычитаніи 3×6 сот. или 180, изъ дѣлимаго, останется въ послѣднемъ только 2 дес. и 7 един.; 2 дес. нельзя такъ раздѣлить на три части, чтобы въ каждой пришлось хотя по одному десятку, и потому эти десятки приводятся въ единицы; для показанія же, что въ частномъ нѣтъ десятковъ, пишутъ на второмъ его мѣстѣ 0. Два десятка и 7 един. или 27, будучи раздѣлены на 3, даютъ третью и вмѣстѣ послѣднюю цифру частнаго, а именно 9.

При этомъ случаѣ надобно замѣтить дѣлѣмъ, что если первая цифра дѣлимаго меньше цифры, которая означаетъ дѣлитель, то въ частномъ всегда выйдетъ число одною цифрою меньше, нежели сколько цифръ въ дѣльномъ; такъ, если въ дѣльномъ четыре цифры, то въ частномъ три, и т. д.

Если по окончаніи дѣленія произойдетъ остатокъ, то его приписываютъ къ частному, но при этомъ означаютъ, что и онъ долженъ быть раздѣленъ на того же дѣлителя. Такъ наприм. если при дѣленіи на 3, получимъ въ остаткѣ 1, то къ прежнену частному приписываютъ $\frac{1}{3}$, то есть, этимъ показываютъ, что и отъ остатка тоже взята третья часть.

Примѣръ $9545 : 8 = 1193 \frac{1}{2}$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \hline 15 \\ 8 \\ \hline 74 \\ 72 \\ \hline 27 \\ 24 \\ \hline 3 : 8 \end{array}$$

На каждый изъ показанныхъ случаевъ учитель предлагаетъ дѣлать по нѣсколько примѣровъ, и не прежде идти впередъ, пока увѣрится, что дѣти умѣютъ хорошо дѣлать всякое многочленное число на одночленное.

В. Если дѣлимое есть число 10, 100, 1000 и проч., то для полученія частнаго стоитъ только разделить занятое дѣлимое на двѣ части, изъ которыхъ справа было бы столько цифръ, сколько нулей въ дѣлителѣ: тогда число, стоящее съ лѣвой стороны занятой, означитъ частное, а съ правой остатокъ, который произойдетъ отъ дѣленія.

1. 1560 разделить на 10.

$1000 : 10$ все тоже, что $100 : 1 = 100$.

$500 : 10$ — — — $50 : 1 = 50$.

$60 : 10$ — — — $60 : 1 = 60$.

частное 156, т. е.

раздѣляютъ число 1560 занятою на двѣ части, вотъ такъ: 156,0. Число 156 есть частное; нуль же, стоящій съ правой стороны, показываетъ, что дѣленіе произойдетъ безъ остатка.

2. Раздѣлить 45000 на 100, 1000 и пр.

$45000 : 100$ все тоже, что $4500 : 10$ или $450 : 1 = 450$.

$45000 : 1000$ — — — $45 : 1 = 45$, и проч.

Здѣсь учитель старается обратить вниманіе дѣтей на весьма важное ариметическое правило, что при уменьшеніи въ одинакое число разъ дѣлимаго и дѣлителя частное не перемѣняется.

Проницательный учитель уже заблаговременно знакомить дѣтей съ тѣми мѣстами науки, на которыхъ впоследствии основывается большее число правилъ и пріемовъ. Такъ, если ученикъ хорошо попалъ, что частное не перемѣняется чрезъ увеличеніе или уменьшеніе въ одинакое число разъ какъ дѣлимаго такъ и дѣлителя, то его не будетъ уже потомъ затруднять ни сокращеніе дробей, ни приведеніе ихъ къ одинакому знаменателю, ни дѣленіе простыхъ и десятичныхъ дробей, и т. д.

3. Чему будетъ равна каждая часть, если 182 раздѣлить на 100?

Отв. $1\frac{82}{100}$; потому что сотая часть отъ 100 есть 1; 8 дес. и 2 един. или 82 не составляютъ цѣлой сотни, а только части отъ нея. Если сотая часть отъ 1 есть $\frac{1}{100}$, то сотая часть отъ 82 въ 82 раза болѣе одной сотой, или $\frac{82}{100}$.

с. Если дѣлители состоятъ изъ нѣсколькихъ десятокъ, или сотенъ, или тысячъ, и т. д., то отъ дѣлимаго съ правой руки къ лѣвой отдѣляютъ столько цифръ, сколько въ дѣлитель нулей, и оставшееся число раздѣляютъ на одну значащую цифру дѣлителя.

1. Раздѣлить 4560 на 20.

4560 : 20 все тоже, что 456 дес. : 2 е.; поэтому въ частномъ получится 228.

Дѣленіе располагается какъ и прежде, причемъ, какъ нули дѣлителя такъ и число цифръ дѣлимаго равное числу этихъ нулей, отдѣляются запятыми.

$$456,0 : 2,0 = 228.$$

Чрезъ отнятіе по одному нулю у обоихъ чиселъ, мы уменьшили въ одинакое число разъ какъ дѣлимое такъ и дѣлителя; поэтому частное не измѣнится.

2. Сколько разъ 30 содержится въ 5643?

$$564,3 : 3,0 = 188\frac{5}{3}.$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \overline{)26} \\ 24 \\ \overline{)24} \\ 24 \\ \overline{)24} \\ 3 \end{array}$$

Такъ-какъ дѣлитель, по отнятіи нуля, въ десять разъ уменьшится, то, для неизмѣнности частнаго, должно во столько же разъ уменьшить и дѣлимое, что будетъ сдѣлано, если зачеркнемъ въ дѣлимомъ послѣднюю цифру 3. Отсюда получаемъ $564 : 3 = 188$. Однако не должно оставлять безъ вниманія зачеркнутую цифру 3: она, будучи раздѣлена на 30, приметъ слѣдующій видъ: $\frac{3}{30}$. Дробь $\frac{5}{30}$ приписывается къ частному. Слѣдственно полное частное есть $188\frac{5}{30}$.

3. Чему равняется 300 часть 14567?

Отв. $48\frac{167}{300}$.

Рѣшеніе $14567 : 300 = 145,67 : 3,00 = 48\frac{167}{300}$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \overline{)25} \\ 24 \\ \overline{)25} \\ 167 \end{array}$$

d. Какъ дѣлимое такъ и дѣлитель суть числа многочленные. (Самый трудный случай дѣленія).

Порядокъ расположенія тотъ же, что и въ предыдущихъ случаяхъ.

1. Если дѣлимое и дѣлитель пишутъ по одному числу цифръ, то для полученія частнаго сравниваются между собою высшіе разряды обоихъ чиселъ.

Раздѣлить 456 на 206.

$$\begin{array}{r} 456 : 206 = 2\frac{44}{206} \\ 412 \\ \hline 44. \end{array}$$

Здѣсь сравниваютъ только 2 сотни дѣлителя съ 4 сотнями дѣляимаго (2 въ 4 — 2). $2 \times 206 = 412$. Это произведеніе вычитаютъ изъ 456, и получаютъ въ остаткѣ 44. Остатокъ 44 не можетъ быть раздѣленъ на 206, слѣдственно онъ пишется подѣлительнаго, но съ показаніемъ, что онъ долженъ быть раздѣленъ на 206, то есть такъ: $\frac{44}{206}$.

Когда по сравненіи подобнымъ образомъ высшихъ разрядовъ обоихъ чиселъ, получится число, которое будетъ единицею болѣе настоящаго частнаго, то его уменьшаютъ.

Напримѣръ: что составляетъ 2562-я часть отъ 8351?

$$\begin{array}{r} 8351 : 2562 = 3 \\ 7686 \\ \hline 665 \end{array}$$

Здѣсь, сравнивая тысячи обоихъ чиселъ, получаемъ въ выводѣ 4 единицы. Но $4 \times 2562 = 10248$, тогда какъ въ дѣлямомъ всего только 3 сотни; поэтому для частнаго должно взять 3. Еслибъ взяли 4, то получили бы 4×2562 или 10248, что очевидно болѣе дѣляимаго.

Изъ такого случая извлекаемъ слѣдующее правило:

«Если чрезъ умноженіе принятаго частнаго на дѣлителя получится большее число, нежели дѣли-

мое, то для частнаго должно взять меньшее число, нежели какое взято было сначала. Обратнo: если по вычитаніи произведенія дѣлителя на частное, получится въ остаткѣ число, которое будетъ равно дѣлителю или превышать его, то это левый знакъ, что для частнаго взято мало единицъ.»

Раздѣлить 863 на 142.

$$\left. \begin{array}{r} 863 : 142 = 5 \\ 710 \\ \hline 153 \end{array} \right\} \text{ложное дѣленіе.}$$

Число $863 = 800 + 60 + 3$, а $142 = 100 + 40 + 2$. Хотя 100 содержится въ 800 с. 8 разъ, однако если для частнаго возьмемъ 8, то по умноженіи 8 на 142 получимъ число, которое будетъ гораздо болѣе 863. Уменьшивъ же 8, положимъ на 3, увидимъ, что 5 менѣе настоящаго частнаго, потому что по вычитаніи произведенія 5×142 , получается въ остаткѣ 153, что превышаетъ дѣлителя. Соображаясь такимъ образомъ, найдемъ, что настоящее частное есть $6\frac{1}{2}$.

Учитель долженъ чаще заставлятъ дѣтей дѣлать подобныя соображенія.

2. Если дѣльное и дѣлитель не суть равночленные числа. Здѣсь также сравниваютъ между собою высшіе разряды обонхъ чиселъ.

Раздѣлить 672 на 32.

Рѣшеніе. $672 : 32 = 21$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \hline 32 \\ 32 \\ \hline 0 \end{array}$$

Для нахожденія настоящаго частнаго, сравните 3 (высшій разрядъ дѣлителя) съ 6 (высшимъ чле-

номъ дѣлимаго); найдете, что первое число содержится во второмъ 2 раза. Умноживъ 2 на дѣлителя 32, получите 64; вычтя же 64 изъ 67, получите 3, а приложивъ послѣднюю цифру 2, будете имѣть всего въ остаткѣ 32; раздѣливъ наконецъ 32 на 32, узнаете и другую цифру частнаго.

Раздѣлить 12860 на 2566.

Рѣшеніе. $12860 : 2566 = 5, \frac{50}{566}$
 $\begin{array}{r} 12830 \\ \hline 30. \end{array}$

Четыречленный дѣлитель требуетъ всѣхъ 5 членовъ дѣлимаго, потому что высшій разрядъ перваго не содержится въ высшемъ разрядѣ втораго ни одного раза. — 2 т. въ 12 тыс. содержится 6 разъ, но 6 для частнаго велико, потому что 6×2566 болѣе 12860. Слѣдственно для частнаго надобно взять 5; по вычитаніи 5×2566 изъ 12860, получимъ въ остаткѣ 30.

2874532 : 4236 = 678	
25416.....2541600	} частны произвед.
<u>33293</u>	
29652.....296520	
<u>36412</u>	
33888.....33888	
<u>2524</u>	
	2872008
	+ 2524 (ост.)
	2874532 (дѣлимое).

Послѣ всего сказаннаго, подлежащій примѣръ не требуетъ особаго объясненія.

3. Если дѣлимое и дѣлитель имѣютъ на концѣ нули. Дѣйствіе то же, какое показано было въ отдѣлѣ с. Вотъ примѣръ:

1) $695784,0 : 53,0 = 13128.$

$$\begin{array}{r} 53 \\ \overline{) 165} \\ 159 \\ \hline 67 \\ 53 \\ \hline 148 \\ 106 \\ \hline 424 \\ 424 \\ \hline \text{» » »} \end{array}$$

2) $87429,50 : 32,00 = 2732$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \overline{) 254} \\ 224 \\ \hline 102 \\ 96 \\ \hline 69 \\ 64 \\ \hline 550 \text{ (остатокъ).} \end{array}$$

Сокращеніи при письменномъ дѣленіи.

1. Важнѣйшее сокращеніе при письменномъ дѣленіи состоитъ въ томъ, чтобы, не подписывая подѣлимымъ частныхъ произведеній, которыя получаются отъ умноженія дѣлителя на каждую цифру частнаго, прямо вычитать ихъ изъ дѣлимаго, означая только остатки. Возьмемъ для объясненія послѣдній примѣръ:

$$\begin{array}{r} 87429,50 : 32,00 = 2732 \\ 254 \\ 102 \\ 69 \\ \hline 550. \end{array}$$

2×32 составляютъ 64; вычитая умственно это число изъ двухъ первыхъ цифръ дѣлимаго, означимъ подъ послѣднимъ одинъ только остатокъ (25). По снесеніи къ остатку слѣдующей цифры дѣлимаго, и по нахожденіи втораго частнаго произведенія 224, вычитаемъ его опять только въ умѣ изъ 254, письмен-но же изображаемъ снова одинъ остатокъ (10), и т. д.

Означенный здѣсь сокращенный способъ не только рѣзываетъ силу дѣлимаго, и потому его преимущественно должно употреблять, когда дѣль у насъ короче познакомленъ

съ дѣленіемъ. Отсюда зависитъ быстрота въ рѣшеніи задачъ. Намъ по опыту извѣстно, что ученикъ, хорошо изучившій дѣленіе, можетъ въ пять минутъ разрѣшить подобный послѣднему примѣръ, и въ то же время чрезъ умноженіе повѣрить свою работу.

2. Если дѣлитель разлагается на сомножителей, то дѣлимое можно поодиначкѣ раздѣлить на нихъ, чрезъ что придемъ къ тому же результату, какъ и при раздѣленіи вѣругъ на всего дѣлителя.

Раздѣлить 2536770 на 105.

Число $105 = 3 \times 5 \times 7$; поэтому раздѣлимъ дѣлимое сперва на 3, потомъ на 5, и наконецъ на 7.

Дѣйствіе можно представить такъ:

$$\begin{array}{r} 2536770 : 3 \\ \hline 845590 : 5 \\ \hline 169118 : 7 \\ \hline 24159\frac{5}{7} \end{array}$$

Постѣрка дѣленія.

Частное показываетъ, сколько разъ надобно повторить дѣлителя, чтобы вышло дѣлимое; слѣдственно если умножите дѣлителя на частное, и къ произведенію прибавите остатокъ, въ случаѣ когда онъ имѣется, то получите дѣлимое. Такъ повѣряютъ дѣленіе.

Вотъ примѣръ сокращеннаго дѣленія, вмѣстѣ съ его повѣркою.

$$\begin{array}{r} 291323917 : 6079 = 47923 \\ 48163 \qquad \qquad \qquad 6079 \\ 56109 \qquad \qquad \qquad \hline 13981 \qquad \qquad \qquad 431307 \\ 18237 \qquad \qquad \qquad 355461 \\ \hline \text{« « « «} \qquad \qquad \qquad 287538 \\ \hline \qquad \qquad \qquad 291323917 \end{array}$$

Наконецъ, по примѣру предыдущихъ упраж-

неній, сообщаются дѣтямъ правила дѣленія, которыя вкратцѣ суть слѣдующія:

1. Чтобы раздѣлить бѣльшее число на меньшее, должно написать въ одной строкѣ дѣлимое и дѣлитель, поставивъ между ними знакъ дѣленія ($:$), а послѣ дѣлителя знакъ равенства ($=$), за которымъ уже ставится искомое частное.

2. Для отысканія первой цифры частнаго, отъ дѣлимаго съ лѣвой стороны берутъ столько знаковъ, чтобы число, ими изображаемое, заключало въ себѣ дѣлителя не менѣе одного и не болѣе 9 разъ. Поставя того узнаютъ, сколько именно разъ данный дѣлитель заключается во взятой части дѣлимаго. Цифру найденнаго такимъ образомъ числа пишутъ въ частное (за знакомъ равенства).

3. Когда первая цифра частнаго найдена, то ее умножаютъ на дѣлителя, и полученное произведеніе, подписавъ подъ взятою частию дѣлимаго, вычитаютъ изъ послѣдней.

4. Къ остатку прибавляютъ (сносятъ) слѣдующую цифру дѣлимаго, и съ новою частию дѣлимаго поступаютъ также для полученія второй цифры частнаго, которая по отысканіи пишется за первой цифрою.

5. Если по прибавленіи къ остатку слѣдующей цифры дѣлимаго, получится число меньшее дѣлителя, то прибавляютъ еще цифру дѣлимаго, въ частномъ пишутъ нуль, и потомъ поступаютъ какъ прежде. Такъ продолжаютъ дѣйствіе до конца.

6. Если при концѣ дѣйствія получится остатокъ, то его также приписываютъ къ частному, только въ видѣ дроби, т. е. подъ нимъ подписыва-

ють дѣлителя, для показанія, что и этотъ остатокъ долженъ быть раздѣленъ на него.

7. При раздѣленіи меньшаго числа на большее, также какъ и при остаткѣ дѣлителя, довольствуются только изображеніемъ дѣйствія, которое на самомъ дѣлѣ произвести нельзя.

Раздѣлитъ одно число на другое значитъ по двумъ этимъ числамъ найти третье, которое бы показывало, сколько разъ надобно взять второе изъ нихъ, чтобы получить первое. Поэтому цѣль дѣленія есть нахожденіе по данному произведенію и одному изъ множителей другаго множителя.

Примѣчаніе. Частныя правила дѣленія, служащія собственно къ сокращенію дѣйствія, сообщаются ученикамъ при самыхъ примѣрахъ.

Примѣненія. Узнать, во сколько разъ 924759 больше 14596. Изъ двухъ чиселъ большее равно 428178, а меньшее въ 987 разъ меньше его. Чему равно меньшее? — Во сколько разъ 4560 меньше произведенія изъ 10274 на 5632? — Раздѣлить 5905544 на 9148, а 978836 на 2287, и потомъ опредѣлить, во сколько разъ первое частное больше втораго? — На 100000 руб. куплено сукна, и за каждый аршинъ заплачено по 19 руб. Сколько куплено всего аршинъ? — На какое число надобно умножить 1185, чтобы получить въ произведеніи 63990? —

Прежде нежели учитель кончитъ предлагаемое упражненіе, онъ можетъ вкратцѣ сообщить дѣтямъ понятіе о дѣлителяхъ.

Всякое произведеніе двухъ чиселъ дѣлится безъ остатка, или *нацѣло*, на cadaго изъ своихъ сомножителей. Сомножители въ отношеніи своего произведенія называются *дѣлителями*. Такъ наприм. $15 = 3 \times 5$; слѣдственно 3 и 5 суть дѣлители 15.

Если какое-либо число не дѣлится *нацѣло* ни на какое другое число, кромѣ самого себя и единицы, то называется *первымъ*; въ противномъ же случаѣ *сложнымъ*. Число 7 есть первое, потому что оно не дѣлится нацѣло ни на какое число, кромѣ 7 и 1; число 6 есть *сложное*, потому что оно кромѣ того, что дѣлится на 6 и 1, дѣлится еще на 2 и на 3 безъ остатка.

Если число состоитъ изъ трехъ и болѣе сомножителей, то каждый изъ нихъ дѣлится его *нацѣло*.

У. Скажите, которыя изъ первыхъ девяти натуральныхъ чиселъ суть первые?

Д. 1, 2, 3, 5, 7.

У. Почему?

Д. Потому что каждое изъ нихъ дѣлится только на самого себя и 1.

У. Какія же *сложныя*?

Д. 4, 6, 9, 10.

У. Почему?

Д. 4 дѣлится на 2 безъ остатка; 6 на 2 и на 3; 9 на 3; 10 на 2 и на 5.

У. Найдите всѣхъ дѣлителей числа 12!

Д. 1, 2, 3, 4, 6, 12.

У. Числа 36!

Д. 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

У. 48!

Д. 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48.

У. Сравнивая дѣлители всѣхъ трехъ чиселъ 12, 36 и 48, находимъ, что числа 2, 3, 4, 6, 12 могутъ назваться въ отношеніи ихъ *общими*, потому что всѣ три числа дѣлятся на каждого изъ означенныхъ дѣлителей безъ остатка.

Что такое общій дѣлитель двухъ или болѣе чиселъ?

Кромѣ того 12 именуется *общимъ наибольшимъ* дѣлителемъ трехъ чиселъ, 12, 36, 48, потому что нѣтъ другого большаго числа, которое бы раздѣляло нацѣло каждое изъ показанныхъ чиселъ.

Отыщите всѣхъ дѣлителей чиселъ 96 и 144, и потомъ покажите какіе изъ нихъ общіе, и который наибольшій.

Два или болѣе чиселъ, которыя не имѣютъ никакого общаго дѣлителя, кромѣ единицы, называются *первыми между собою*. Такъ 17 и 19.

№ 30. ШЕСТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Первое дополненіе къ Третьей Степени.

Исчисленія составлены числами.

Исчисленія *составлены числами* не требуютъ особыхъ правилъ; дѣйствій совершенно тѣ же, все различіе состоитъ въ формѣ, и потому частные примѣры лучше всего покажутъ ходъ этого дополнительнаго упражненія.

1. Раздробленіе.

Въ 15 пудахъ 16 ф. 9 лот. сколько всего золотниковъ?

Отв. 59163 золотника;

$$\begin{array}{r}
 15 \text{ пудъ} \\
 \times 40 \\
 \hline
 600 \text{ ф.} \\
 + 16 \\
 \hline
 616 \\
 \times 32 \\
 \hline
 1232 \\
 1848 \\
 \hline
 19712 \text{ лот.} \\
 + 9 \\
 \hline
 19721 \text{ лот.} \\
 \times 3 \\
 \hline
 59163 \text{ зол.}
 \end{array}$$

потому что 1 пудъ = 40 фунт.; 15 пудъ = $15 \times 40 \text{ ф.} = 600 \text{ ф.}$, $600 + 16 \text{ ф.} = 616 \text{ ф.}$; 1 ф. = 32 лот; $616 \text{ ф.} = 616 \times 32 \text{ л.} = 19712 \text{ л.}$, $19712 \text{ л.} + 9 \text{ л.} = 19721 \text{ лоту}$; 1 лоть = 3 зол., $19721 \text{ лот.} = 19721 \times 3 \text{ зол.} = 59163 \text{ золотникамъ.}$

Или сокращенно:

$$\begin{array}{r}
 15 \\
 \times 40 \\
 \hline
 616 \text{ ф.} \\
 \times 32 \\
 \hline
 1241 \\
 1848 \\
 \hline
 19721 \\
 \times 3 \\
 \hline
 59163.
 \end{array}$$

Также:

$$\begin{array}{r}
 15 \quad 40 \\
 616 \quad 4 \\
 \hline
 2464 \quad 8 \\
 19721 \quad 3 \\
 \hline
 59163.
 \end{array}$$

2. *Превращеніе* (обратное дѣйствіе раздробленію).

Вмѣсто 59163 зол. сколько можно взять пудъ?

Отв. 15 пудъ 16 фунт. 9 лот.

Сокращенно:

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{золотъ.} \qquad \qquad \text{лот} \\
 59163 : 3 = 19721 \\
 \text{лоты} \qquad \qquad \text{фунт.} \\
 19721 : 32 = 616. \\
 \text{9 лот.} \\
 \text{фунт.} \\
 616 : 40 = 15 \text{ пуд.} \\
 16.
 \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{r}
 59163 : 3 \\
 \hline
 19721 : 32 \\
 \hline
 616 : 40 \\
 \hline
 15.
 \end{array}$$

Если вмѣсто 3 золоти. можно взять 1 лоть, то вмѣсто

59163 золоти. получится лотовъ въ 3 раза менѣе этого числа, т. е. для полученія лотовъ, нужно 59163 раздѣлить на 3, или уменьшить втрое. Равно, чтобы получить вмѣсто 19721 лота фунты, надобно 19721 раздѣлить на 32, и т. д.

Маленькія числа, во второй строкъ 9 и въ третьей 16, показываютъ остатки, первый отъ раздѣленія лотовъ на фунты, а другой — отъ раздѣленія фунтовъ на пуды.

Вопросы. Какое дѣйствіе употребляется для приведенія большихъ мѣръ въ меньшія того же рода? — А для обращенія меньшихъ мѣръ въ большія? — Отчего первое дѣйствіе, хотя производится чрезъ умноженіе, называется *раздробленіемъ*. Что такое *раздробленіе*? — Какъ надобно поступать при раздробленіи? — Обратное дѣйствіе раздробленію есть *Превращеніе*. — Какъ надобно поступать при превращеніи? — Можетъ ли раздробленіе также назваться превращеніемъ? — Въ чемъ состоитъ сходство между этими дѣйствіями? — Въ чемъ различіе? — Съ какой мѣры начинаютъ раздроблять? — Съ какой превращать? — Нужно ли поминать таблицу мѣръ? —

3. Сложеніе составныхъ количествъ.

Сколько вѣсу въ 3-хъ пудахъ, если въ первой 60 пудъ 20 ф. и 8 лотовъ; во второй 62 пуда 23 фунта, а въ третьей 65 пудъ 28 лотовъ?

Отв. 188 пудъ 4 фунта 4 лота.

60 пудъ	20 фунтовъ	8 лота.	}
62 —	23 —	—	
65 —	—	28 —	
188 —	4 —	4 —	

Прежде всего размыщаютъ данныя составныя числа такъ, чтобы числа одинаковыхъ мѣръ находились одно подъ другимъ. Начинаютъ складывать съ чиселъ самыхъ малыхъ мѣръ, и постепенно переходятъ къ числамъ самыхъ крупныхъ мѣръ.

8 лот. + 28 = 36 лот.; но 36 лот. все равно, что 1 фунтъ и 4 лота; потому одинъ фунтъ прикладываю къ фунтамъ, а 4 лота пишу за чертою въ ря-

10 лотовъ. 20 фунт. и 25 ф. составляютъ 45 ф., и еще 1 фунтъ, полученный отъ лотовъ, 44 фунта; но 44 фунта все тоже, что 1 пудъ и 4 фунта, и такъ подъ фунтами пишу цифру 4, а 1 пудъ прилагаю къ пудамъ. Пудъ всего вмѣстѣ съ полученными отъ фунтовъ, 188. Это число пишу подъ пудами.

Вопросъ. Какъ надобно поступать, если по сложении чиселъ какой-либо изъ меньшихъ мѣръ произойдетъ число, въ которомъ будетъ заключаться одна или нѣсколько единицъ непосредственно большей мѣры? — А если сумма чиселъ какой-либо изъ меньшихъ мѣръ не составитъ ни одной единицы непосредственно большей мѣры? — Для чего подписываютъ числа такимъ образомъ, чтобы тѣ изъ нихъ, которыя относятся къ одной мѣрѣ, стояли въ одномъ ряду?

Примѣненіе. Само собою разумѣется, что сначала надобно давать ученикамъ такіе примѣры, гдѣ по сложении чиселъ меньшихъ мѣръ не переходить въ числа большихъ. Хотя исчисления составными числами основываются на тѣхъ же четырехъ дѣйствіяхъ Арифметики, какъ и числа простые, однако жъ учитель долженъ помнить, что всякая новизна, даже только относительно размѣщенія чиселъ, приводитъ уже дѣтей въ замѣшательство.

Примѣненія. У трехъ братьевъ однажды спросили, сколько имъ вмѣстѣ лѣтъ? На то они отвѣчали: старшему изъ насъ 13 лѣтъ 9 мѣсяцевъ и 11 дней; средний старше младшаго 2 годами 5 мѣсяцами и 18 днями, а младшему 6 лѣтъ и 14 дней. — Сколько всѣхъ три ящика со свѣчами, если въ послѣднемъ 4 пуда 5 ф. и 12 лот., во второмъ 14 ф. 9 лотами болѣе, а въ первомъ столько, сколько въ обоихъ другихъ вмѣстѣ? — Съ одной деревни получено 52 куля 7 четвериковъ и 3 гарнца овса; съ другой 40 к. 5 четвериковъ, съ третьей 25 кул. 1 четвер. и 1 гарн., а съ четвертой столько, сколько съ первой и третьей. Много ли получено всего овса? — Александръ родился 1825 года

13 Апрѣля, а Петръ моложе его 3 год. 2 мѣс. и 15 днями. Въ какомъ году и мѣсяцѣ родился Петръ? — Покойный Государь Императоръ Александръ I-ый родился въ 1777 году 12 Декабря. Онъ живъ на свѣтъ 47 лѣтъ 11 мѣсц. и 7 дней. Въ которомъ году, мѣсяцѣ и днѣ Россія явилась Его?

4. *Вычитаніе составныхъ количествъ.*

а. Изъ 7 стопъ 14 дестей и 15 листовъ бумаги издержано 2 стопъ 11 дестей и 9 листовъ; сколько въ остаткѣ?

Отв. 5 стопъ 3 дести 6 листовъ.

$$\left. \begin{array}{r} 7 \text{ стопъ } 14 \text{ дестей } 15 \text{ листовъ} \\ 2 \text{ — } 11 \text{ — } 9 \text{ —} \\ \hline 5 \text{ — } 3 \text{ — } 6 \text{ —} \end{array} \right\}$$

Отнять 2 стопъ 11 дестей и 9 листовъ отъ 7 стопъ 14 дест. и 15 лист. значить вычесть листы изъ листовъ, дести изъ дестей, стопъ изъ стопъ, и узнать, сколько всего выйдетъ въ остаткѣ листовъ, дестей и стопъ.

15 лист. безъ 9 лист. составляютъ 6 листовъ; пишу 6 за чертою въ ряду листовъ. Подобнымъ же образомъ узнаю, что кромѣ 6 листовъ остается 3 дести и 5 стопъ.

б. Одному мальчику теперь отъ роду 12 лѣтъ, 7 мѣс. и 4 дня, онъ вступилъ въ школу, когда ему было 8 лѣтъ 9 мѣсяцевъ и 13 дней отъ рожденія. Сколько теперь всего времени онъ въ школѣ?

Отв. 3 года 9 мѣс. и 16 дней.

Очевидно, что время, которое онъ прожилъ до вступленія своего въ школу, должно быть вычтено изъ времени, которое онъ прожилъ на свѣтъ. Поэтому задачу надобно разбить такъ:

$$\left. \begin{array}{r} 12 \text{ лѣтъ } 7 \text{ мѣс. } 4 \text{ дня} \\ 8 \text{ — } 9 \text{ — } 13 \\ \hline 3 \text{ — } 9 \text{ — } 16. \end{array} \right\}$$

Чтобы узнать искомое число, должно вычесть по одинаковъ дни изъ дней, мѣсяцы изъ мѣсяцевъ и проч.

18 дней изъ 4 дней вычесть нельзя; занимаю у мѣсяцевъ верхняго числа единицу, и, превративъ ее въ дни, получаю вмѣсто 4 дней 34 дня, потому что 1 мѣсяцъ имѣетъ 30. 34 дня безъ 18 дней составляютъ 16 дней; пишу число 16 подъ чертою въ ряду дней, а чтобы показать, что у 7 мѣс. я занялъ одинъ мѣсяцъ, ставлю точку подлѣ цифры 7. Послѣ этого обращаюсь къ мѣсяцамъ: 9 мѣсяцевъ изъ 6 мѣс. также нельзя вычитать; по этой причинѣ у 12 лѣтъ верхняго или уменьшаемаго числа занимаю 1 годъ, и превративъ его въ мѣсяцы, прикладываю къ 6 мѣсяцамъ, чрезъ что и буду имѣть всего 18 мѣсяцевъ. 18 мѣс. — 9 мѣс. = 9 мѣс.; пишу 9 въ ряду мѣсяцевъ. Наконецъ, 8 лѣтъ вычтя изъ 11, получаю въ остаткѣ 3 года. Значитъ, что съ того времени, какъ мальчикъ поступилъ въ школу, прошло 3 года 9 мѣс. и 16 дней.

с. Изъ 11 пудъ серебра распродано въ разные времена всего 5 пудъ 14 фунтовъ и 2 золот. Сколько въ остаткѣ?

	40'		32'		3	
11 пудъ	«	ф.	«	лот.	«	зол.
5 —	14	—	«	—	2	—
5	—	25	—	31	—	1 —

Хотя нижнее число состоитъ изъ разныхъ мѣръ вѣса, а верхнее только изъ пудъ; однако все-таки верхнее число болѣе, потому что въ немъ гораздо болѣе единицъ большей мѣры, нежели въ нижнемъ. Такъ-какъ въ верхнемъ числѣ нѣтъ никакихъ мѣръ, кромѣ пудъ, то взявъ отъ этого числа 1 пудъ, раздробляю его на разные мелкія мѣры. Ясно, что

1 пудъ все равно что 40 ф., или 39 ф. и 32 лота, или 39 ф. 31 лоть и 3 золотника. И такъ вмѣсто отнятаго пуда пишу на верху мелкимъ шрифтомъ 40' ф. 32' лот. 3 зол. (Здѣсь точка показывають, что каждое число надобно считать единицей менѣе противъ изображеннаго). Теперь легко найти, что въ остаткѣ будетъ 5 пудъ 25 фунт. 34 лоть и 1 золотникъ. Надобно замѣтить, что какъ въ вычитаемомъ числѣ нѣтъ вовсе лотовъ, то подъ чертою пишется соотвѣтствующее ему верхнее число безъ всякой перемѣны.

Прилѣпленіе. Изъ 32 пудъ 14 фунтовъ муки издержано въ первый разъ 11 пудъ 23 ф., во второй разъ 9 пудъ 9 фунт.; сколько остается? — Чѣмъ 43 аптекарскихъ фунта и 6 драхмъ болѣе 29 апт. ф. 5 унцъ, 7 драхмъ и 23 гранъ? — Сколько лѣтъ жилъ покойный Императоръ Петръ I-ый, который родился въ 1672 году Мал 30 числа, умеръ въ 1725 году Января 28 числа? — Въ одно заведеніе было принято 6 стопъ 17 дестей и 10 листовъ бумаги; по прошествіи же мѣсяца осталось только 1 стопа 19 дестей и 19 листовъ. Сколько издержано? — Земля совершаетъ путь свой около солнца въ 365 сутокъ 5 часовъ 48 минутъ и 48 секундъ, а луна около земли въ 27 дней 7 часовъ 43 мин. и 30 секундъ. Сколько времени употребляетъ земля болѣе луны на свое обращеніе? —

5. *Умноженіе составныхъ чиселъ.*

Въ каждый день отпускается на одно заведеніе 9 пудъ 15 фунт. говядины; сколько отпускается въ одну недѣлю?

Здѣсь 7 дней должно принять за простое число, и задачу перемѣнить такъ. что получится, если 9 пудъ и 15 фунт. повторить 7 разъ? — Очевидно, что 9 пудъ 15 фунт. надобно умножить на 7. Сперва

умножимъ 15 фунт. на 7, потомъ 9 пудъ на 7, и наконецъ узнаемъ сумму обоихъ произведеній.

9 пудъ 15 фунтовъ.

$$\begin{array}{r} \times 7 \\ \hline 65 \text{ — } 25. \end{array}$$

7×15 фунт. составляетъ 105 фунт. или 2 пуда и 25 фунт.; поэтому подъ фунтами за чертою пишу только 25 фунт., а 2 пуда на время удерживаю въ памяти. 7×9 пуд. = 63 пуда, и 2 пуда, полученные чрезъ умноженіе фунтовъ, 65 пудъ. И такъ всего опускается на заведение въ недѣлю 65 пудъ и 25 фунт. говядины.

Примеченія. Если выехать каждый день проходить по 25 верстъ 145 саж., то сколько онъ пройдетъ въ 28 дней? — Если на одинъ солдатскій мундиръ потрачено сукна 1 арш. 13 вершковъ, то сколько пойдетъ такого же сукна на обмундированіе роты, въ которой всего 148 человекъ? — Каждый изъ 38 работниковъ получаетъ за одну работу 10 руб. 78 коп.; сколько получаютъ вмѣстѣ? — Мать втрое старше сына, которому 8 летъ 7 месяцевъ и 19 дней. Сколько летъ матери? — Если за 1 рубль можно купить въ некоторомъ товару 2 пуда 27 фунтовъ, то сколько можно купить того же товара на 25 рублей? —

6. Дѣленіе составныхъ чиселъ.

При дѣленіи составныхъ чиселъ могутъ быть два случая: во 1-хъ, какъ велика должна быть каждая часть составнаго числа, если оно будетъ раздѣлено на столько частей, сколько въ дѣлителѣ единицъ? (Здѣсь одинъ дѣлитель принимается за простое число). Во 2-хъ, сколько разъ въ данномъ составномъ числѣ содержится другой составное число того же рода? (Здѣсь оба числа принимаются за простые или отвѣченные).

1-ый Случай. а. Четыре работника раздѣлили по равной части 8 пудъ 16 ф. 24 лот. муки. По сколько получилъ каждый? —

Вопросъ обращается въ слѣдующій: по сколько придется на каждую часть, если 8 пудъ 16 фунт. 24 лот. раздѣлить на 4? — Очевидно, что число 4 работника надобно принять за простое или отвлеченное, и раздѣлить сперва 8 пудъ на 4, потомъ 16 фунт. на 4 и наконецъ 24 лота также на 4. Дѣйствіе располагается также какъ и при дѣленіи простыхъ чиселъ.

$$\begin{array}{r}
 8 \text{ пудъ } 16 \text{ фунт. } 24 \text{ лота} : 4 = 2 \text{ пуда } 4 \text{ фунт. } 6 \text{ лот.} \\
 \begin{array}{r}
 8 \\
 \hline
 * \quad 16 \text{ фунт.} \\
 \quad 16 \\
 \hline
 * \quad 24 \text{ лот.} \\
 \quad \quad 24 \\
 \hline
 \quad \quad \quad *
 \end{array}
 \end{array}$$

4 содержится въ 8, 2 раза; значитъ, что если 8 пудъ раздѣлить на 4 части, то на каждую часть придется по 2 пуда; пишу 2 пуда въ частномъ, которое помѣняется послѣ знака равенства. Послѣ этого дѣлю 16 фунт. на 4, и за 2 пудами въ частномъ ставлю 4 фунта; наконецъ дѣлю 24 лота также на 4, и узнаю третью часть частного, именно 6 лотовъ, которые и ставлю за фунтами. Слѣдственно каждый работникъ получилъ по 2 пуда 4 фунта и 6 лотовъ муки.

б. Одному пешеходу назначено пройти въ 5 дней 107 верстъ 120 сажень. Если ежедневно онъ будетъ проходить по равной числу верстъ, то какое именно разстояние пройдетъ въ каждый день?

107 верстъ 120 сажень : 5 = 21 верста 224 сажени.

$$\begin{array}{r}
 107 \\
 \underline{10} \\
 7 \\
 \underline{5} \\
 2 \text{ вер.} \\
 \times 500 \\
 \hline
 1000 \text{ саж.} \\
 + 120 \\
 \hline
 1120 \text{ саж.} \\
 \underline{10} \\
 12 \\
 \underline{10} \\
 20 \\
 \underline{20} \\
 0
 \end{array}$$

Размѣстивъ, какъ и прежде, задачу, дѣлю сперва 107 верстъ на 5; получаю въ частномъ 21 версту и въ остаткѣ 2 версты. Оставшіяся 2 версты привожу въ сажени, т. е. умножаю на 500; $2 \times 500 = 1000$ саж.; 1000 саж. и еще 120 саж. составляютъ 1120 саж. Число 1120 раздѣляю также на 5, и получаю вторую часть частнаго, именно 224 сажени. Поэтому пѣшеходъ будетъ проходить въ каждый день по 21 верстъ 224 сажени.

е, 3 куля 7 четв. 5 гарнц. : 9 = 3 четв. 4 $\frac{1}{3}$ гарнц.

$$\begin{array}{r}
 \times 8 \\
 \hline
 24 \\
 + 7 \\
 \hline
 31 \text{ четв.} \\
 \underline{27} \\
 4 \\
 \times 8 \\
 \hline
 32 \text{ гарнц.} \\
 + 5 \\
 \hline
 37 \\
 \underline{36} \\
 1
 \end{array}$$

3 куля надобно раздѣлить на 9 частей; въ каждой не придется ни по одному кулю, и чтобы узнать по сколько придется четвериковъ, должно 3 куля раздробить на четверики; $3 \times 8 = 24$; 24 четв. \div 7 четв. $= 3\frac{1}{7}$ четверику.

Теперь не трудно продолжать дѣленіе.

2-ой Случай. Раздѣлить 14 пудъ 12 ф. на 5 ф. 16 л.

Раздѣлить 14 пудъ 12 ф. на 5 ф. 16 лотовъ значить тоже, что узнать, сколько разъ надобно повторить число 5 ф. 16 лот., чтобы вышло первое число. Для удобнаго сравненія чиселъ необходимо привести ихъ къ одному наименованію, а именно къ самому меньшему изъ наименованій дѣлителя, т. е. въ лоты. Дѣйствіе располагается такъ:

$$\begin{array}{r}
 14 \text{ пудъ } 12 \text{ фунт.} : 5 \text{ фунт. } 16 \text{ лота.} \\
 \begin{array}{r}
 \times 40 \\
 \hline
 560 \\
 + 12 \\
 \hline
 572 \text{ ф.}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \times 32 \\
 \hline
 160 \\
 16 \\
 \hline
 176 \text{ лот.}
 \end{array} \\
 \begin{array}{r}
 \times 32 \\
 \hline
 1144 \\
 1716 \\
 \hline
 18304 \text{ лот.} : 176 \text{ лот.}
 \end{array} \\
 \text{или просто} \\
 18304 : 176 = 104. \\
 \begin{array}{r}
 70\frac{1}{4} \\
 \hline
 \text{» »}
 \end{array}
 \end{array}$$

И такъ дѣлителя надобно повторить 104 раза, чтобы получить частное, или, другими словами, 5 ф. 16 л. составляютъ $\frac{1}{104}$ часть отъ 14 пудъ 12 ф. Предыдущая задача можетъ быть выражена и въ такомъ видѣ:

Если каждый день издерживать по 5 ф. 16 л.

нѣкотораго товару, то во сколько времени будетъ издержано 14 п. и 12 ф. того же товару? — Сколько надобно взять лириковъ, чтобы уложить 14 п. 12 ф. табакъ, если въ каждомъ ящикѣ помѣщается только 5 ф. 16 лот.? — Искомое число въ обоихъ случаяхъ есть 104, но въ первомъ оно означаетъ дни, а во второмъ ящики.

Какую часть 5 ф. 10 лот. составляютъ отъ 1 пуда и 1 золотника? —

Приведа оба числа въ одинаковую меньшую мѣру, т. е. въ золотники, найдемъ, что 5 ф. 10 лот. = 510 зол., а 1 пудъ 1 зол. = 5841 золотн. Ясно, что 510 нельзя раздѣлить на 5841, и потому выводъ можемъ дать только видъ дѣшеній $\frac{510}{5841}$.

Приливеніе. Во сколько разъ 5 сут и 14 секундъ болѣе 45 минутъ? — 145 аршинъ сукна стоятъ 862 р. 75 коп. Сколько заплачено за 1 аршинъ? — 50 пудовъ 5 пудовъ овса издержано въ продолженіе 175 дней. Если ежедневно было расходовано по равному количеству, то какъ велика была выдача въ каждый день? — Изъ 1 пуда 5 фунтъ мѣди сколько выйдетъ кистриль, если каждую предположить въ 7 фунт. 4 лота? — Сколько дней могутъ продовольствоваться 500 человекъ 3130 пуд. 18 фунтами муки, если на каждого полагается ежедневно 2 фунт. 24 лот.? — Въ 1 мѣсяцъ 15 дней на 250 человекъ парасходовано 1800 пудъ 16 ф. хлѣба. Сколько хлѣба отпускаялось на каждого ежедневно? — По сколько Ивану приходится за каждый часъ работы, если онъ, работалъ въ день по 8 часовъ, получивъ за 35 дней 89 руб. 60 копѣекъ? —

№ 51. СЕДЬМОЕ УПРАЖНЕНИЕ.

Второе дополнение къ Третьей Степени.

Видоизмѣненіе чиселъ.

Для приобрѣтенія навыка и смѣлливости въ исчисленіи необходимо, чтобы ученикъ могъ имѣять числа одно въ другое всякимъ возможнымъ образомъ. Онъ долженъ уметь безошибочно отвѣчать, что такое-то число, напримѣръ *пять*, составляетъ столько-то *трой*, или *четверокъ* и т. д., или произведеніе изъ такихъ-то сомножителей, равно такому-то числу, взятому столько-то разъ, или другому, умноженному на такое-то число съ такимъ-то остаткомъ, и проч. Это видоизмѣненіе чиселъ есть по справедливости основа для прочнаго утвержденія въ наукѣ чиселъ. Чѣмъ разнообразнѣе сдѣлаетъ учитель это упражненіе, тѣмъ лучше. Онъ не долженъ бояться здѣсь ни труда, ни скуки. Несомнѣнные, блестящіе успѣхи учениковъ вознаградятъ его за постоянное и, такъ сказать, выданное его терпѣніе. Песталюцци, — незабвенный другъ юношества — болѣе всего упиралъ въ своей методѣ на видоизмѣненіе чиселъ, и почитатели его извѣстенія не перестаютъ до-сихъ-поръ удивляться успѣхамъ его учениковъ, которымъ они были очевидными свидѣтелями.

Вотъ постепенный ходъ предлагающаго упражненія.

Начиная видоизмѣненіемъ собирательныхъ чиселъ, каковы пара (двойка), тройка, четверка и т. д.

1. *Разложите на произвольныя собирательныя числа 10, 15, 29 и т. д.*

Отв. Число 10 состоитъ изъ 5 паръ или двоекъ; изъ 3 троекъ и единицы; изъ двухъ четверокъ и одной двойки; изъ 2 пятерокъ; изъ 1 шестерки и 1 четверки; изъ 1 семерки и 1 тройки; изъ 1 осьмерки и 1 двойки; изъ одной девятки и единицы.

Тоже и съ прочими числами.

2. Какія числа можно разложить на семерки безъ остатка?

Отв. 14, 21, 28, 35 и т. д.

3. Разложить 10 двоекъ на тройки, четверти и т. д.

Отв. 10 двоекъ состоятъ изъ 6 троекъ и 1 двойки; изъ 5 четверокъ; изъ 3 шестерокъ и 1 двойки, и т. д.

Челю равны $4 \times 5 + 6 \times 5$?

Отв. 10 разъ 5 или 50.

4. Изъ суммы чиселъ $12 \times 4 + 6 \times 4$ отнимите 9×4 .

Отв. Останется 9 разъ 4 или 36.

$$12 \times 4 + 6 \cdot 4 = 18 \cdot 4 = 9 \cdot 4 + 9 \cdot 4.$$

5. Сколько останется, когда отъ 12.15 отнимется:

а, 9.15; б, 7.15; в, 10.15 и т. д?

Отв. а, 12.15 безъ 9.15 = 3.15 = 45.

б, 12.15 — 7.15 = 5.15 = 75, и т. д.

6. 36.5 уменьшить на 15.5 и остатокъ раздѣлить на 3 равныя части.

Отв. 36.5 — 15.5 = 21.5, 21.5 — 7.5 = 7.5 + 7.5.

7. Изъ 24.6 вычитать 18!

$$18 = 3 \cdot 6; 24 \cdot 6 = 3 \cdot 6 = 21 \cdot 6 = 126.$$

8. Сумму чиселъ 22.7 + 8.7 разложить на две про-

изведенія, между которыми разность была бы равна 6·7.

Отв. $22 \cdot 7 + 8 \cdot 7 = 30 \cdot 7$. Отсюда вычитаю сперва разность искоемых чиселъ, и получаю въ остаткѣ 24·7; потомъ 24·7 раздѣляю пополамъ, что даетъ $12 \cdot 7 + 12 \cdot 7$, наконецъ къ одному изъ этихъ чиселъ прикладываю разность 6·7. И такъ два искомыя числа суть: 12·7 и 18·7.

9. Чему равны: *a*, 7 разъ взятое 8·2; *b*, 5 разъ взятое 9·6, и т. д?

Отв. $7 \times 8 = 56$; $7 \times 8 \cdot 2 = 56 \cdot 2$, и т. д.

10. Чему равна $\frac{1}{5}$ отъ 24·6?

Отв. $4\frac{2}{5} \cdot 6 = 28\frac{4}{5}$; $\frac{1}{5}$ отъ 24 = $4\frac{4}{5}$; $\frac{1}{5}$ отъ $24 \cdot 6 = 4\frac{2}{5} \cdot 6$;
 $4 \times 6 = 24$; $\frac{4}{5}$ отъ 6 = $\frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}$; $24 + 4\frac{4}{5} = 28\frac{4}{5}$.

11. Чему равна 4 раза взятая $\frac{1}{5}$ отъ 40·12?

Отв. 20 разъ 12 или 240; 40·12 все равно, что 8·60; $\frac{1}{5}$ отъ 8·60 = 60; 4 раза $\frac{1}{5}$ отъ 8·60 = 4·60 = 240.

12. Сколько разъ 5·4 содержится въ 7·12?

Отв. 7 разъ, 7·12 все равно, что 21·4; 5·4 въ 21·4 содержится 7 разъ.

13. Сколько разъ два составляютъ суммы слѣдующихъ чиселъ: 1·4 + 2·4 + 5·4 + 12·4?

Отв. 40·2

$$\left. \begin{array}{l} 1 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \\ 2 \cdot 4 = 4 \cdot 2 \\ 5 \cdot 4 = 10 \cdot 2 \\ 12 \cdot 4 = 24 \cdot 2 \end{array} \right\} = 40 \cdot 2$$

14. Обратите слѣдующія произведенія въ другія, въ каждое изъ которыхъ входило бы число 4 множителемъ:

$$1 \cdot 6 = ?$$

$$2 \cdot 6 = ?$$

$$3 \cdot 6 = ?$$

$$4 \cdot 6 = ?$$

$$5 \cdot 6 = ?$$

Отв. $1 \cdot 6 = 1 \cdot 4 + 2$.

$$2 \cdot 6 = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 2 \cdot 4 + 1 \cdot 4 = 3 \cdot 4.$$

$$3 \cdot 6 = 4 \cdot 4 + 2.$$

$$4 \cdot 6 = 6 \cdot 4.$$

$$5 \cdot 6 = 7 \cdot 4 + 2, \text{ и т. д.}$$

15. $15 \cdot 12$ сколько разъ 20?

Отв. $15 \cdot 12 = 9 \cdot 20$; $15 \cdot 12 = 5 \cdot 36$; $5 \cdot 36 = 9 \cdot 20$.

16. 7 разъ 12 сколько разъ 5?

Отв. $16 \cdot 5 + 4$; $1 \cdot 12 = 2 \cdot 5 + 2$; 7 разъ 12

$$= 14 \cdot 5 + 7 \cdot 2$$
; $7 \cdot 2 = 2 \cdot 5 + 4$; $14 \cdot 5 + 2$.

$$5 + 4 = 16 \cdot 5 + 4.$$

Такимъ же образомъ составьте примѣры, гдѣ одинъ изъ множителей,

напр. 9 обращается въ множителя 5, 2, 4,

10	—	—	—	5, 4, 6,
----	---	---	---	----------

12	—	—	—	6, 5, 7,
----	---	---	---	----------

14	—	—	—	7, 6, 8,
----	---	---	---	----------

15	—	—	—	5, 4, 6 и т. д.
----	---	---	---	-----------------

17. Сколько разъ надобно взять 9, чтобы получить $5 \cdot 27$?

Отв. 15 разъ 9.

Ясно, что видоизмѣненіе чиселъ можно продолжать до бесконечности.

Болѣе сложные примѣры.

18. Въ $13 \cdot 26$ сколько разъ содержится 60?

$$26 = 2 \cdot 12 + 2; \quad 13 \cdot 26 = 13 \cdot 2 \cdot 12 + 13 \cdot 2$$

$$= 26 \cdot 12 + 26; 5 \cdot 12 = 60; 26 \cdot 12 + 26 = 25 \cdot 12 + 1 \cdot 12 + 26 = 25 \cdot 12 + 58 = 5 \cdot 60 + 58.$$

И такъ 60 въ $13 \cdot 26$ содержится 5 разъ съ остаткомъ 58 или $5\frac{58}{26}$.

Или:

$$13 \times 26 = 13 \cdot 20 + 13 \cdot 6; 5 \cdot 20 = 60, 13 \cdot 20 = 12 \cdot 20 + 1 \cdot 20 = 4 \cdot 60 + 1 \cdot 20, 13 \cdot 6 = 10 \cdot 6 + 3 \cdot 6 = 1 \cdot 60 + 18; 13 \cdot 26 = 4 \cdot 60 + 1 \cdot 60 + 20 + 18 = 5 \cdot 60 + 58.$$

19. Влістьо 18.35 сколько разъ можно взять 63?
 $18 \cdot 35 = 9 \cdot 70$; $63 = 9 \cdot 7$; 7 въ 70 содержится 10 разъ; поэтому и 9.7 въ 9.70 содержится тоже 10 разъ.

20. 5-я часть 250 есть третья часть отъ какого числа?

Отз. отъ 150; $\frac{1}{3}$ отъ 250 — 50; 50 есть $\frac{1}{5}$ отъ 150.

21. Назовите два числа, которыя, будучи раздѣлены одно на другое, дали бы въ остатокъ 8?

Возьмите какое-либо произведеніе и приложите къ нему 8, тогда получите одно изъ требуемыхъ чиселъ; другое же есть большии изъ двухъ сомножителей взятаго произведенія.

$$5 \times 9 = 45; 45 + 8 = 53.$$

$$53 : 9 = 5.$$

22. Сколько разъ 15 надобно отнимать отъ 120, чтобы получить въ остатокъ 30?

Оне 6 разъ; потому что $120 = 8 \cdot 15$; $30 = 2 \cdot 15$; $8 \cdot 15 - 2 \cdot 15 = 6 \cdot 15$.

23. Если 8 умножить на 6 и произведеніе раздѣлить на 4, то во сколько разъ частное будетъ больше 8?

Отв. въ $1\frac{1}{2}$ раза.

$8 \times 6 = 48$; $48 : 4 = 12$; 12 въ $1\frac{1}{2}$ раза болѣе 8?

Примѣнітія. Два мальчика согласились пошутиться бумагою. За каждые два листа бѣлой бумаги первый мальчикъ бралъ у другаго 3 листа синей. По окончаніи мѣны оказалось у втораго 30 листами меньше, нежели у перваго. Сколько было листовъ той и другой бумаги? — Двѣ особы раздѣлили между собою 122 руб. такъ, что одна изъ нихъ взяла 16 рублями болѣе другой. Какъ были раздѣлены деньги? — Изъ неизвѣстной суммы денегъ А. взялъ $\frac{5}{8}$ того, что взялъ себѣ В. Оказалось, что В. получилъ 24 руб. болѣе А. Какъ велика была сумма, которую они раздѣлили, и сколько получалъ каждый? — Четыре деревни должны внести за себя на подати всего 720 руб. Когда первая деревня даетъ 4 руб., вторая 5, третья и четвертая по 1 рублю. Сколько должна внести каждая деревня? — Трѣмъ ученикамъ дано нѣсколько листовъ бумаги. Первый получилъ 12 листовъ; но если бы онъ получилъ еще 8 листовъ, то имѣлъ бы $\frac{1}{8}$ всей розданной бумаги. Второй получилъ $\frac{1}{7}$ остатка, а третій $\frac{1}{5}$. Сколько было всей бумаги, и сколько досталось каждому? —

№ 32. ОСЬМОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Третье дополненіе къ Третьей Степени.

Повтореніе всего пройденнаго.

Для лучшаго впечатлѣнія въ памяти дѣтей всѣхъ особенностей, усвояемыхъ каждымъ арифметическимъ дѣйствіемъ, во-первыхъ, надобно брать какое нибудь одно число, и, разсматривая его съ разныхъ точекъ зрѣнія, подвергать всѣмъ возможнымъ видоизмѣненіямъ; во-вторыхъ, предлагать дѣтямъ такія задачи,

рѣшенія которыхъ зависятъ отъ двухъ или болѣе различныхъ дѣйствій. Очевидно, что большая часть подобныхъ задачъ относится къ такъ называемому *Тройному Правилу*. Но, имѣя въ виду возбужденіе силы мышленія и отчетливость въ доказательствахъ, при своихъ рѣшеніяхъ мы не намѣрены употреблять пропорцій, которыя болѣе или менѣе всегда сбиваютъ учениковъ, и совершенно не подстать малолѣтнимъ. Да и къ чему безъ нужды употреблять болѣе началъ, нежели сколько требуетъ наука? Не значить ли это только затемнять ее? —

а. Пусть дано число 180, которое требуется рассмотреть со всѣхъ точекъ зрѣнія.

Число 180 принадлежитъ къ третьему разряду чиселъ, т. е. къ сотнямъ. Ближайшія къ нему числа суть 179 и 181. Чрезъ сложеніе это число можно получить различнымъ образомъ, такъ напр. $100 + 80$; $50 + 70 + 60$; $44 + 29 + 7 + 90 + 10$, и т. д. Чрезъ вычитаніе также: $200 - 20$, $350 - 170$; $1000 - 820$, и проч. — Можно найти безчисленное множество парныхъ чиселъ, гдѣ въ каждой парѣ одно число болѣе или менѣе другаго 180-ю единицами. Разсматривая 180 какъ произведеніе двухъ или болѣе чиселъ, найдемъ: 90×2 ; 60×3 ; 20×9 , $3 \times 6 \times 10$ и проч. Раздѣляя же его на равныя части, увидимъ, что $\frac{1}{2}$ 180 есть 90; $\frac{1}{3}$ отъ 180 есть 60; $\frac{2}{5}$ отъ 180 есть 72, и т. д. Поэтому также $\frac{1}{3}$ отъ 180 составляютъ 120; $\frac{5}{9}$ отъ 180 — 100, и проч. Само оно составляетъ часть отъ какого-либо большаго числа; такъ напр. 180 есть $\frac{1}{2}$ отъ 360, $\frac{1}{3}$ отъ 540, $\frac{1}{4}$ отъ 720 и т. д.

Еще примѣръ:

$180 = 137 + 43 - 400 - 120 = 20 \times 9 = 720 : 4 -$
 $4 \times 40 + 5 \times 4 = 10 \cdot 20 - 10 \cdot 2 = 5 \times 20 + 4 \cdot 20$
 $= 3 \cdot 40 + 60$, и т. д.

180 золотн. = 60 лот. = 1 ф. 28 лот; 180 коп. =
 18 гривн. = 1 руб. 80 копейкамъ.

б. Примененія.

1. Задачи, относящіяся къ четырехъ дѣйствіямъ надъ числами одинаковаго наименованія.

Часы въ промежуткѣ одного часа пробили всего 19 разъ. Въ какіе часы они были? — Если къ тройному неизвѣстному числу прибавить 238, то получится 607. Чему равно неизвѣстное число?

Если къ моимъ деньгамъ придать еще 1500 рублей, то я могу прожить цѣлый годъ, издерживая ежедневно по 9 руб. Сколько у меня денегъ?

Одинъ отецъ раздѣлитъ тремъ сыновьямъ своимъ 12584 руб. Старшему дать 7000 руб., а среднему и младшему раздѣлить остальную сумму по равной части. Сколько получить самый младшій?

Найти такое число, которое если умножить на 59 и къ произведенно прибавить 99, то выйдетъ 684.

Какое число, увеличенное 56 и потомъ раздѣленное на 55, даетъ въ частномъ 2854?

Одинъ лавочникъ за 94 дюжины тарелокъ заплатилъ 200 руб. 40 коп., и продалъ потомъ каждую тарелку по 67 копѣекъ. Сколько онъ получаетъ прибыли со всѣхъ 94 дюжинъ?

Куплено 149 аршинъ сукна, по 23 руб. за аршинъ, 95 арш. бархату по 11 руб., и 107 арш. казачиру, по 7 р; уплата произведена ассигнаціями и серебряными рублями. Двадцати-пяти рублевыхъ ассигнацій дано 87, а пяти-рублевыхъ 59. Сколько дано серебряныхъ рублей, считая каждый въ 3 руб. 60 копѣекъ?

Два кукла мѣняются товаромъ. Одинъ промѣняваетъ другому сукно на бархатъ. Сколько первый долженъ полу-

чить бархату, которого аршинъ стоитъ 12 руб., на 129 ар. сукна, по 24 руб. каждый?

Сумма двухъ чиселъ составляетъ 6042. Если большее изъ нихъ раздѣлить на меньшее, то въ частномъ получится 18. Найти оба числа.

Произведение двухъ данныхъ чиселъ составляетъ 144. Если это число уменьшить въ 7 разъ, то получится такое, которое будетъ въ 9 разъ больше меньшаго числа. Какъ велико большее изъ данныхъ?

Первое изъ пяти данныхъ чиселъ есть 1479, второе 3098, третье равно первому, увеличенному въ 18 разъ, четвертое меньше третьего въ 6 разъ, а последнее равно всѣмъ четыремъ безъ произведенія 13×19 . Отыскать третье, четвертое и пятое.

2. *Задачи, относящіяся къ четыремъ дѣйствіямъ надъ составными числами.*

Отправлено на рынокъ два воза съ овсомъ, въ которыхъ всего 11 четвертей 5 четвер. 5 гари. овса. Если изъ одного воза перемолоть въ другой 1 кулъ 7 четвериковъ и 1 гарнецъ, то въ обоихъ будетъ поровну овса. Сколько въ каждомъ возѣ?

Въ три раза куплено всего 17 стопъ 9 десятъ 8 листовъ бумаги. Въ первый разъ куплено больше чѣмъ во второй 1 стоп. 3 дест. и 2 лист., а во второй столько же, сколько въ третій. Сколько именно куплено въ каждый разъ?

Раздѣлить 1 пудъ на три части такъ, чтобы первая часть была больше третьей въ 5 разъ, а вторая въ 4 разъ.

Переднее колесо одной повозки имѣетъ въ окружности 5 аршинъ 4 вершка, а заднее 7 аршинъ. Узнайте, сколько оборотовъ переднее колесо сдѣлаетъ болѣе задняго на разстояніи 63 верстъ 378 сажень.

Два рубля, серебряный и золотой, стоятъ вмѣстѣ 7 руб. 54 коп. Найти цѣну каждаго, если первый стоитъ 8 копѣйками меньше втораго.

А. имѣетъ въ 16 разъ болѣе денегъ, нежели В. Еслибъ

къ деньгамъ А. прибавить еще 159 руб. 80 коп., то у него было бы 1092 руб. 30 коп. Сколько имѣетъ В?

Сколько надобно нагрузить повозокъ хлѣбомъ для продовольствія одного баталіона, изъ 1020 человекъ состоящаго и назначеннаго въ командировку на 17 дней, если въ каждой повозкѣ можно уложить по 75 хлѣбовъ, въ 18 ф. каждый, и если на солдата полагается въ день по 2 ф. 16 лотъ?

Если лошадь можетъ пробѣжать въ 1 минуту 109 сажень, то въ какое время она пробѣжитъ 13 верстъ 179 сажень, полагая, что она будетъ бѣжать съ равною скоростью?

За 110 сажень дровъ березовыхъ и 80 сосновыхъ заплачено 1272 рубля. Въ другой разъ куплено по тѣмъ же цѣнамъ 129 сажень дровъ березовыхъ и 80 сосновыхъ, и заплачено 1408 руб. 80 копѣекъ. Найти цѣну сажени березовыхъ и сосновыхъ дровъ.

Изъ 1 пуда 14 фунтовъ, сколько можно сдѣлать серебряныхъ рублей, если каждый имѣетъ 4 золотника 21 долю?

5. Задачи тѣхъ же четырехъ дѣйствій, которыя обыкновенно относятся къ тройнымъ правиламъ и рѣшаются посредствомъ пропорцій.

Задача. Чѣмъ стоятъ 18 фунтовъ сахару, если за 15 фунтовъ того же сахару заплачено 15 руб. 80 коп.?

У. Въ 13 руб. 80 копѣйкахъ сколько всего копѣекъ?

Д. 1380 копѣекъ.

У. За какое число фунтовъ сахару заплачено 1380 коп.?

Д. За 15 фунтовъ.

У. Можетъ ли 1 фунтъ стоить ту же самую цѣну, которая заплачена за 15 ф.?

Д. Нѣтъ; онъ долженъ стоять меньше

У. Во сколько разъ меньше?

Д. Въ пятнадцать разъ.

У. Почему?

Д. Потому что 1 меньше 15 въ 15 разъ.

У. Что надобно сдѣлать, чтобы получить число въ 15 разъ меньше 1380?

Д. Раздѣлить 1380 на 15.

У. Не производя въ дѣйствіе дѣленія, означьте на доскѣ цифрами, что 1380 должно быть раздѣлено на 15.

Дѣти пишутъ: $\frac{1380}{15}$

У. Что значить число 15, поставленное подъ числомъ 1380?

Д. Что число 1380 должно быть уменьшено въ 15 разъ.

У. Если 1380 раздѣлить на 15, то получится цѣна сколькихъ фунтовъ?

Д. Одного фунта.

У. Что надобно съ этимъ частнымъ сдѣлать, чтобы получить цѣну за 18 фунтовъ?

Д. Увеличить его въ 18 разъ.

У. Какъ это изобразить на доскѣ?

Дѣти пишутъ: $\frac{1380}{15} \times 18$.

У. Что это выраженіе показываетъ?

Д. Что 1380 надобно уменьшить въ 15 разъ и потомъ увеличить въ 18 разъ

У. Измѣнится ли выводъ, если число 1380 сперва умножимъ на 18, а потомъ раздѣлимъ на 15?

Д. Выводъ получится тотъ же.

У. И такъ, чтобы получить цѣну за 18 ф., что надобно сдѣлать съ числомъ 1380?

Д. Сперва умножить его на 18, а потомъ раздѣлить на 15.

У. Найдите произведеніе 18 на 1380!

Д. $18 \times 1380 = 24840$.

У. Что получится, если 24840 раздѣлите на 15?

Д. 1656.

У. Что означаетъ это число?

Д. Цѣну за 18 фунтовъ.

У. Что же стоятъ 18 фунтовъ?

Д. 1656 копѣекъ, или 16 руб. 56 копѣекъ.

Эта задача можетъ быть разрѣшена и такъ:

У. Еслибъ не 15 ф., а 1 ф. стоилъ 1380 коп., то какъ была бы велика цѣна 18 фунтовъ?

Д. 18×1380 коп.

У. Чему $= 18 \times 1380$?

Д. 24840.

У. То есть, еслибъ каждый фунтъ стоилъ 1380 коп., то 18 фунт. стоили бы 24840 копѣекъ. По во сколько разъ большую цѣну мы взяли вмѣсто настоящей?

Д. Въ 15 разъ.

У. Что же надобно сдѣлать съ числомъ 24840, чтобы получить настоящую цѣну 18 фунтовъ сахару?

Д. Раздѣлить 24840 на 15. Поэтому настоящая цѣна 18 фунтамъ есть 16 руб. 56 коп.

Еще примѣръ. 15 человекъ издержали въ 28 дней 510 рублей: сколько издержали 25 человекъ въ 35 дней, предполагая, что ихъ расходы одинаковы?

Рѣшеніе. Если 15 человекъ издержали въ 28 дней 510 руб., то тѣ же 15 человекъ издержать въ

1 день въ 28 разъ менѣе, поэтому $\frac{510}{28}$; одинъ чело-
вѣкъ издержать противъ этого числа въ тотъ же
одинъ день еще въ 15 разъ менѣе; и такъ 510,
кромя того, что уменьшено въ 28 разъ, надобно
уменьшить въ 15 разъ, или всего уменьшитъ на
 28×15 . Значить, что $\frac{510}{28 \times 15}$ составляетъ расходъ
одного человѣка. Очевидно, что 25 человѣкъ про-
тивъ этого числа издержать въ 1 день въ 25 разъ
болѣе, а въ 35 дней, еще въ 35 разъ болѣе.

Поэтому $\frac{510 \times 25 \times 35}{28 \times 15}$ означать расходъ 25 че-
ловѣкъ въ 35 дней.

Прежде нежели дѣйствительно раздѣлимъ про-
изведеніе изъ множителей дѣлимаго на произведеніе
изъ множителей дѣлителя, замѣтимъ, что какъ то,
такъ и другое число, будучи уменьшены въ одина-
ковое число разъ, не перемѣняютъ частнаго. И такъ,
не производя въ дѣйствіе умноженія, можно уже зна-
чительно сократить дѣлимое и дѣлителя.

$$\begin{array}{r} 170 \qquad 5 \\ 510 \times 25 \times 35 \\ \hline 28 \times 15 \\ 5 \quad 1. \end{array}$$

Уменьшивъ въ одинаковое число разъ, а имен-
но въ 5, какъ множителя дѣлимаго (25), такъ и мно-
жителя дѣлителя (15), мы только приведемъ этихъ
множителей въ меньшія числа, но частное отъ это-
го не перемѣнится. Въмѣсто множителей 25 и 15 по-
лучимъ 5 и 3. Точно такимъ образомъ вмѣсто мно-
жителей 510 и 3 можемъ получить 170 и 1. Слѣ-
довательно, вмѣсто того, чтобы умножить 510 на

25 и 35, и потомъ произведеніе раздѣлить на число 28, увеличенное въ 15 разъ, мы умножимъ 170 на 5 и 35, и произведеніе отъ этихъ множителей раздѣлить только на 28.

$$\frac{170 \times 5 \times 35}{28} = 29750 \quad 28 = 1062 \text{ руб. } 50 \text{ коп.}$$

$$\begin{array}{r} 175 \\ 70 \\ \hline 14 \text{ руб.} \\ \times 100 \\ \hline 1400 : 28 = 50. \end{array}$$

И такъ 25 человекъ въ 35 дней издержать 1062 руб. 50 коп.

Кажется, не нужно говорить о преимуществѣ этого способа предъ рѣшеніями, основанными на пропорціяхъ: простые и легкіе выводы говорятъ сами за себя. Здѣсь ученикъ не можетъ разбѣсить задачи, не понимая ея, но, въ такъ называемыхъ, *Тройныхъ* или *золотыхъ* правилахъ, онъ часто поступаетъ безотчетно и механически.

Приложеніе. Два купца мѣшются товарами: первый изъ шихъ промѣнливаетъ другому на чай 14 пудъ 19 фунт. сахару, считая каждый фунтъ въ 95 копейки. Сколько фунтовъ второй долженъ дать за этотъ сахаръ чаю, если каждый фунтъ чаю стоитъ 7 руб. 30 коп? — Если съ 2400 руб. получено въ годъ прибыли (процентовъ) 120 руб., то сколько можно получить въ 2 года съ капитала 11300, считая ту же прибыль? — 40 работниковъ совершили некоторую работу въ 9 дней. Сколько времени должны употребить 138 работниковъ на такую работу, которая въ 12 разъ болѣе требуетъ времени, нежели первая? — Раздѣлить 5 степей 9 десяти на 2 части, чтобы въ первой было такое число десяти, какое во второй десятковъ. — Изъ четырехъ купцовъ, первый положилъ въ торгъ 5000 руб., другой 3000 руб. По прошествіи некотораго времени они приобрѣли отъ сво-

его торгу 2000 руб. прибыли. По сколько каждому приходится из прибыли? — Мальчикъ, играя орехами, которыхъ было всего 216, разложилъ ихъ на четыре кучки. Во второй кучкѣ было у него положено вдвое болѣе ореховъ, нежели сколько онъ положилъ въ первую, въ третьей вдвое прогнавъ второй. Сколько было ореховъ въ каждой кучкѣ, если на четвертую пришлось столько, сколько было во второй и третьей? — Для приготовления хорошаго краснаго сургуча берутъ на 4 фунта терпентиннаго масла, 6 фунтовъ киновари, 6 фунтовъ лаку и 1 фунтъ мѣлу. Сколько надобно взять каждаго припаса для составленія 85 фунтовъ сургуча? — Двое поденщиковъ взяли върыть яму, первый можетъ самъ по себѣ окончить работу въ 24 часа, а второй безъ перваго въ 32 часа. Во сколько часовъ яма можетъ быть готова, когда они будутъ работать вмѣстѣ? — Торговцы сѣмнали двухъ сортовъ чая, 15 фунт. перваго, который стоитъ 8 руб. фунтъ, съ 23 фунтами другаго, котораго цѣна за фунтъ 6 руб. 30 коп. По чему онъ долженъ продавать фунтъ сѣмнаннаго чая, если хочетъ имѣть прибыли по 40 коп. съ фунта? —

Окончивъ эту первую часть Ариметики объясненіемъ понятій о *единицѣ и числѣ*.

У. Собраніе многихъ однородныхъ и равныхъ между собою предметовъ называется *множествомъ* вразсужденіи каждаго изъ нихъ. Такъ, горсть серебряныхъ рублей есть *кратное* чего?

Д. Одного серебрянаго рубля.

У. А колода картъ?

Д. Одной карты.

У. Что надобно сдѣлать съ линіею *ab*, чтобы получить другую линію, которую бы можно назвать *кратной* ей?

a ————— *b*

Д. Надобно увеличить линію *ab* въ 2, 3, 4, 5 и болѣе разъ.

У. Каждое изъ количествъ, которыхъ собраніе составляетъ другое, именуется *единицею* этого послѣдняго. Слѣдственно какое количество можетъ назваться единицею вразсужденіи горсти серебряныхъ рублей?

Д. Одинъ серебряный рубль.

У. Отъ повторенія единицы происходитъ кратное. Такъ отъ повторенія 1 пуда 2 раза получается кратное 2 пуда; отъ повторенія его три раза — 3 пуда и т. д.

У. Сколько разъ надобно повторить 1 фунтъ, чтобы получить 7 фунтовъ?

Д. 7 разъ.

У. Которая изъ этихъ величинъ есть единица и которая кратное?

Д. 1 фунтъ есть *единица*, а 7 фунтовъ *кратное* ея.

У. Очевидно, что *единица* и ея кратное должны принадлежать къ одному роду предметовъ.

У. Что наконецъ получится въ остаткъ, если изъ какого-либо кратнаго будемъ производить повторительное вычитаніе его единицы?

Д. Въ остаткъ ничего не получится.

У. Такъ! Но если отъ какого-либо количества отнимая другое меньшее, того же рода, до тѣхъ поръ, пока возможно, получимъ какой-либо остатокъ, то первое будетъ ли кратнымъ втораго?

Д. Нѣтъ; потому что вы сказали: отъ повторенія единицы происходитъ *кратное*.

У. Безъ сомнѣнія! горсть монетъ, состоящая изъ полтинниковъ (190 коп.) и гривенника, не есть кратное ни полтинника, ни гривенника, потому что

чрезъ повтореніе того или другаго не выйдетъ столько монеть, сколько находится въ горсти. Отсюда заключаемъ, что не всегда изъ сравниваемыхъ неравныхъ количествъ большее есть кратное меньшаго.

У. (Чертить двѣ неравныя линіи, изъ которыхъ одна не есть кратная другой)



Вотъ, напримѣръ, изъ двухъ линій, ab и cd , первая не можетъ назваться кратною другою: потому что, положивъ cd на ab два раза, получимъ остатокъ eb ; положивъ же три раза, получимъ линію eg , большую нежели eb



Во всякомъ случаѣ, меньшее изъ двухъ количествъ имснуется *частію* большаго, а послѣднее въ сужденіи перваго *цѣлымъ*. Такъ линія ab есть *цѣлое* количество, а cd его *часть*.

Части бываютъ *простыя* (основныя) и *сложныя* (составныя).

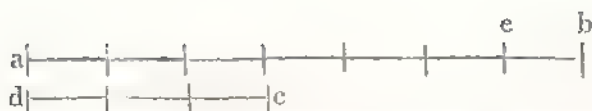
Когда большее количество есть кратное меньшаго, то послѣднее составляетъ простую или основную часть перваго; въ противномъ случаѣ сложную.

Напр. гривна простая часть рубля.

1 фунтъ простая часть 6, 7, 8 ф.

Но дюймъ не есть простая часть вершка, потому что послѣднее количество не есть кратное перваго.

У. (Чертить двѣ линіи, изъ которыхъ одна не есть кратная другой)



ab не есть кратная dc , потому что $ab = 2\ dc$ съ остаткомъ eb . Но если dc раздѣлимъ на три равныя части, и треть ея положимъ по ab , то она помѣстится ровно 7 разъ. Еслибъ $\frac{1}{3}\ dc$ не совместились по ab равнаго числа разъ безъ остатка, тогда бъ dc мы раздѣляли на четыре равныя части, и пробовали бъ, не совместились ли $\frac{1}{4}\ dc$ съ ab такимъ образомъ. Раздѣляя dc постепенно на 4, 5, 6, 7, и т. д. равныхъ частей, наконецъ мы нашли бы такую часть, которая въ ab содержится безъ остатка. *)

И такъ, при сравненіи двухъ неравныхъ величинъ, изъ которыхъ одна не есть кратная другой, мы всегда можемъ представить себѣ, что мѣньшая изъ нихъ раздѣлена на такое равное число частей, что одна изъ нихъ содержится въ большей известное число разъ безъ остатка. Повторимъ теперь все нами сказанное. Какъ, во-первыхъ, одна величина можетъ составиться изъ другой?

Д. Черезъ повтореніе.

У. Приведите примѣръ!

Д. Черезъ повтореніе одного рубля 8 разъ получится 8 рублей. Можно посредствомъ одной линіи составить другую, которая будетъ въ 2, 3, 4, 5 разъ и т. д. болѣе ея.

У. Какъ, во-вторыхъ, можно получить изъ одной величины другую?

*) Разумѣется, что несоизмѣримыя величины, по своей отвѣщенности, здѣсь не принимаются въ разсужденіе.

Д. Чрезъ дѣленіе, когда мѣньшая величина есть простая или основная часть большей.

У. А въ третьихъ?

Д. Чрезъ дѣленіе и повтореніе, когда мѣньшая величина составляетъ сложную часть отъ большей. Напр. 2 фунта составляютъ $\frac{2}{3}$ отъ 3 фунтовъ.

У. Что получается посредствомъ этого тройкаго сравненія количествъ, то называется *числомъ*, которое поэтому есть *означеніе* количества, или *показаніе* сколько разъ въ одной изъ данныхъ величинъ заключается другая, того же рода, принимаемая за *мѣру* сравненія. Это означеніе основывается на составленіи одного количества изъ другого. Слѣдственно каждое количество можемъ опредѣлить или означить *числомъ*, когда намъ извѣстно то количество, изъ котораго составлено первое. Напр. каждую сумму денегъ можемъ опредѣлить *числомъ*, показывающимъ какимъ образомъ эта сумма составлена изъ рублей, грошей и проч.

а ! —————
 в , ————

Линія *а* опредѣлится *числомъ*, если будетъ показано, какимъ образомъ она составлена изъ извѣстной линіи *в*.

Отсюда видно, что та величина, изъ которой составляется другая, того же рода, должна быть извѣстная и опредѣленная. Когда намъ не извѣстно, что линія *в* есть аршинъ, или сажень, или вершокъ, то мы не можемъ получить и яснаго понятія о линіи *а*, не зная къ какому роду величинъ ее отнести.

Числа раздѣляются на два рода: *цѣлыя* и *дробныя* (дроби). Число, показывающее, сколько разъ

должно повторить данное количество (разсматриваемое какъ отдѣльный предметъ), чтобы вышло другое, называется *цѣлымъ*. Если, напримѣръ, говоримъ: 5 фунтовъ, то слово *пяти* показывается, сколько разъ должно повторить данное количество, т. е. *фунтъ*, чтобы вышло другое, т. е. *сумма пяти фунтовъ*. Слѣдственно, пять есть *цѣлое* *число*.

Число, которое служить простою или *основною* частию каждаго цѣлаго числа, есть *единица*.

Число, показывающее, сколько разъ надобно повторить простую часть данной величины, принятой за единицу, чтобы вышла другая (сложная), именуется *дробью*. Напр. выраженіе *три четверти аршина* означаетъ, что данная величина, аршинъ, раздѣлена на *четыре равныя* части, и что одна изъ нихъ, *четверть* аршина, повторена *три раза*, чтобы вышла другая величина, т. е. *три четверти аршина*. И такъ выраженіе *три четверти* есть *дробь*.

Число, которое служить *простою* частию для составленія какого-либо *дробнаго* числа, можетъ называться *дробною единицею*.

Вообще можно сказать, что *всякое число, какъ цѣлое такъ и дробь, есть изображеніе количества, показывающее, какими образамъ это количество составлено изъ единицы*.

Цѣлыя и дробныя числа могутъ быть *простыми* (отвлеченными) и *именованными* (конкретными).

Если къ числу будетъ прибавлено названіе того рода предметовъ, который оно изображаетъ, то въ такомъ случаѣ именуютъ его *именованнымъ*, такъ: 5 столовъ, 9 перьевъ, 14 пудъ и проч. Если число, означая отношеніе двухъ количествъ, не по-

казываетъ именно къ какому роду предметовъ эти количества принадлежать, тогда его называютъ *отвлеченнымъ*. Напр. 5, 9, 14 и проч. Изъ именованныхъ чиселъ составляютъ предметъ особой важности, такъ называемыя, *числа мѣръ длины, вѣса и проч.* Ихъ можно назвать *мѣро-именованными*. Эти послѣднія числа раздѣляются на два рода: 1, *числа одного наименованія* и *числа разнаго наименованія*, или, какъ обыкновенно называютъ, *составныя числа*. 5 фунтовъ есть число одного наименованія; 7 пудъ 1 фунтъ 3 лота — число разнаго наименованія.

Совокупность постоянныхъ и опредѣленныхъ правилъ для совершенія всѣхъ возможныхъ дѣйствій надъ числами составляетъ *предметъ Ариметики*.

Вопросы. Что такое единица? — Что такое число? — Какъ раздѣляются числа? — Что такое *цѣлое* число? — Что должно разумѣть подъ именемъ *дроби*? — Какія числа называются *именованными* или *конкретными*? — А *простыми* или *отвлеченными*? — Что такое *составное* именованное число? — Для изображенія всѣхъ возможныхъ чиселъ, сколько употребляется знаковъ или цифръ? — Сколькими цифрами изображаются числа, состояція изъ десятковъ, сотенъ, тысячъ и т. д.? — Если въ какомъ-либо числѣ недостаетъ или единицъ, или десятковъ, или сотенъ и проч., то чѣмъ замѣнить ихъ при изображеніи такого числа? — Какъ поступаютъ для удобства произношенія какого-либо многочленного числа? — Какъ выговорить такое число, которое на мѣстѣ сотенъ имѣетъ цифру 7, на мѣстѣ миліоновъ цифру 9, на мѣстѣ единицъ 5, а на прочихъ мѣстахъ нули? — Сколько нужно имѣть цифръ для изображенія числа, состоящаго изъ десяти миліоновъ? — Какъ выговаривается число, изображенное шестью цифрами, которыя всѣ суть 8? — Найдите число, въ которомъ столько же единицъ, тысячъ, сколько и десятковъ! — Что такое *сложеніе*? — Что разумѣютъ подъ именемъ *слагательныхъ*? —

А подѣ сущію или *итогомъ*? — Какому правилу должно слѣдовать при сложеніи многочленныхъ чиселъ? — Какой имѣемъ знакъ для сложенія? — Какъ *поверить* сложеніе? — Что такое *вычитаніе*, *уменьшаемое*, *вычитаемое*, *остатокъ* или *разность*? — Въ какомъ случаѣ получается въ остаткѣ нуль? — Составьте такой примѣръ вычитанія, чтобы вычитаемое было равно остатку? — Найдите пару чиселъ, между которыми разность была бы 18? — Какія имѣемъ правила для вычитанія? — Какой знакъ употребляется для показанія вычитанія? — Въ чемъ состоитъ *поправка* вычитанія? — Въ чемъ состоитъ различіе между вычитаніемъ и сложеніемъ? — Если требуется сложить нѣсколько чиселъ, и изъ нихъ вычесть другія, то все ли равно, въ какомъ бы порядкѣ эти дѣйствія ни были произведены, или нѣтъ, и почему? — Что такое умноженіе? — Что называется *произведеніемъ*, *сомножителемъ* или *факторомъ*, *множимымъ* и *множителемъ*? — При умноженіи чиселъ наблюдается ли между ними какой-либо порядокъ? — Какъ поступаютъ при умноженіи какого-либо числа на 10, 100, 1000 и т. д.? — Въ чемъ состоятъ правила, наблюдаемыя при умноженіи? — Какой знакъ умноженія? — Съ какимъ дѣйствіемъ умноженіе сходствуетъ, съ сложеніемъ или вычитаніемъ? — Почему? — Что такое *дѣленіе*? — Съ какимъ изъ предыдущихъ правилъ болѣе всего оно сходствуетъ? — Что такое *дѣлимое*, *дѣлитель* и *частное*? — Дѣлимое равно произведенію изъ какихъ чиселъ? — Какъ обыкновенно производится дѣленіе, когда дѣлитель состоитъ изъ 10, 100, 1000 и т. д.? — Какія правила дѣленія? — Въ чемъ состоитъ *поправка* этого дѣйствія? — Въ чемъ различествуетъ умноженіе отъ дѣленія? — Въ какомъ случаѣ при перемѣнѣ дѣляимаго и дѣлителя частное не измѣняется? — Отъ какихъ дѣйствій числа увеличиваются и отъ какихъ уменьшаются? — Что такое *дѣлитель*? — А *общій наиболѣйшій*? — Что такое *раздробленіе*? — Въ чемъ состоитъ *превращеніе* чиселъ? — Какъ поступаютъ при дѣленіи одного составнаго числа на другое? и пр. и пр.

Конецъ первой части.

I	I	I
II	II	II
III	III	III
IIII	IIII	IIII
IIIII	IIIII	IIIII
IIIIII	IIIIII	IIIIII
IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII
IIIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII
IIIIIIIII	IIIIIIIII	IIIIIIIII
IIIIIIIIII	IIIIIIIIII	IIIIIIIIII

Т А Б Л И Ц А I.

[illegible]